



كلية : التربية للعلوم الصرفة

القسم او الفرع : الرياضيات

المرحلة: الثانية

أستاذ المادة : ميمون ابراهيم اسماعيل

اسم المادة باللغة العربية : التفاضل المتقدم

اسم المادة باللغة الإنكليزية : Advance Calculus

اسم المحاضرة الثانية باللغة العربية: القطوع المخروطية (القطع الناقص )

اسم المحاضرة الثانية باللغة الإنكليزية: Conic sections: ( **Ellipse** )

3) **Ellipse** is the set of points in a plane whose distance from two fixed points (**foci**) in the plane have a constant sum ( $2a$ ).

Table of standard-form

	Equation	Foci	Vertices	Minor axis	center
1	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$F_{1,2}(\mp c, 0)$ $c^2 = a^2 - b^2$	$A_{1,2}(\mp a, 0)$	$B_{1,2}(0, \mp b)$	$(0,0)$
	$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$	$F_{1,2}(h \mp c, k)$	$A_{1,2}(h \mp a, k)$	$B_{1,2}(h, k \mp b)$	$(h,k)$
2	$\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$	$F_{1,2}(0, \mp c)$ $c^2 = a^2 - b^2$	$A_{1,2}(0, \mp a)$	$B_{1,2}(\mp b, 0)$	$(0,0)$
	$\frac{(y-k)^2}{a^2} + \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$	$F_{1,2}(h, k \mp c)$	$A_{1,2}(h, k \mp a)$	$B_{1,2}(h \mp b, k)$	$(h,k)$

Examples: Find the center, vertices, and foci of the ellipse and sketch the ellipse:

1)  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$

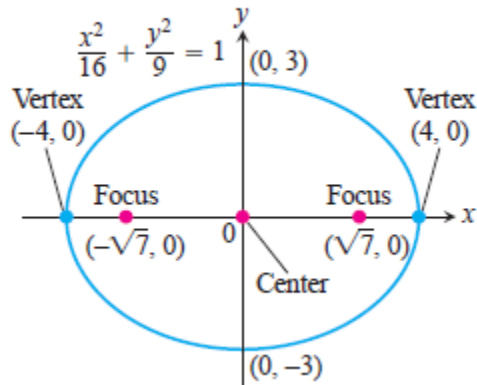
2)  $9x^2 + 16y^2 - 72x - 96y + 144 = 0$

3)  $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} + 4x - 2y + 7 = 0$

Solution:

1) Center :  $(0,0)$       vertices:  $A_{1,2}(\mp a, 0) = A_{1,2}(\mp 4, 0)$

Foci:  $c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow c = \pm\sqrt{16 - 9} \Rightarrow c = \pm\sqrt{7} \Rightarrow F_{1,2}(\pm c, 0) = F_{1,2}(\pm\sqrt{7}, 0)$



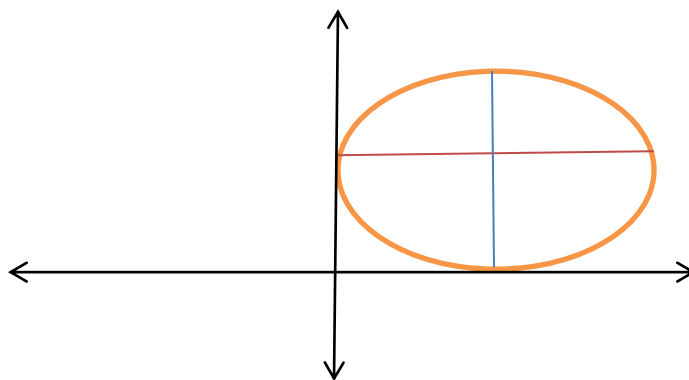
2) 
$$9x^2 + 16y^2 - 72x - 96y + 144 = 0$$

$$9(x^2 - 8x) + 16(y^2 - 6y) + 144 = 0$$

$$9(x - 4)^2 + 16(y - 3)^2 = 144 - 144 - 144$$

$$\frac{(x-4)^2}{16} + \frac{(y-3)^2}{9} = 1,$$

$C(h, k) = c(4, 3), F_{1,2}(4 \pm \sqrt{7}, 3), V_{1,2}(4 \pm 4, 3)$



3) 
$$\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} + 4x - 2y + 7 = 0$$

$$\frac{x^2}{2} + 4x + \frac{y^2}{3} - 2y + 7 = 0$$

$$\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} + 4x - 2y + 7 = 0 \rightarrow 6 \left[ \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} + 4x - 2y + 7 \right] = 3x^2 + 2y^2 + 24x - 12y + 42 = 0$$

**OR**

$$\frac{1}{2}(x^2 + 8x) + \frac{1}{3}(y^2 - 6y) = -7$$

$$\frac{1}{2}(x^2 + 8x + 16 - 16) + \frac{1}{3}(y^2 - 6y + 9 - 9) = -7$$

$$\frac{1}{2}(x + 4)^2 + \frac{1}{3}(y - 3)^2 = -7 + 8 + 3$$

$$\frac{1}{2}(x + 4)^2 + \frac{1}{3}(y - 3)^2 = 4$$

$$\frac{(x+4)^2}{8} + \frac{(y-3)^2}{12} = 1,$$

$$C(h, k) = c(-4, 3), F_{1,2}(-4, 3 \pm \sqrt{4}), V_{1,2}(-4, 3 \pm \sqrt{12}),$$

