



كلية : التربية للعلوم الصرفة

القسم او الفرع : الفيزياء

المرحلة: الثالثة

أستاذ المادة : م.د. مصطفى ابراهيم حميد

اسم المادة باللغة العربية : نظرية المجاميع

اسم المادة باللغة الإنجليزية : Set Theory

اسم الحاضرة الأولى باللغة العربية: الدوال الدورية

اسم المحاضرة الأولى باللغة الإنجليزية : Periodic Functions

## Lecture 1

### الدوال الدورية Periodic Functions

يقال للدالة  $f$  بانها دالة دورية (Periodic Function) بمقدار دورة  $p > 0$  اذا كانت  $f(t + p) = f(t)$  لكل قيم  $t$  في نطاق الدالة.

وهذا يعني ان الرسم البياني للدالة  $f$  يتكرر في فترات متالية بطول  $p$ .

حيث كل من الدالة  $\sin t$  والدالة  $\cos t$  هي دالة دورية بمقدار  $2\pi$  اي ان :

$$\sin(t + 2\pi) = \sin t \quad \text{and} \quad \cos(t + 2\pi) = \cos t$$

ولإيجاد دورة  $\tan t$  نكتب

$$\tan(t + \pi) = \frac{\sin(t + \pi)}{\cos(t + \pi)} = \frac{-\sin t}{-\cos t} = \tan t$$

لذلك يكون  $\tan(t + \pi) = \tan t$  اي ان الدالة  $\tan t$  دالة دورية بمقدار  $\pi$ .

الدالة الثابتة  $f(t) = c$  هي دالة دورية بمقدار  $p$  حيث  $p$  هو اي عدد موجب اي ان

$$f(t + p) = c = f(t)$$

$$\Rightarrow f(t + p) = f(t)$$

### ملاحظة:

اذا كانت الدالة  $f$  دالة دورية بمقدار  $p$  فان  $p$  ليس وحيدا. نلاحظ انه اذا كانت  $f(t)$  دالة دورية بمقدار دورة  $p$  فان  $2p$  هي ايضا دورة للدالة  $(f(t))$  لأن:

$$\begin{aligned}
f(t + 2p) &= f(t + p + p) \\
&= f((t + p) + p) \\
&= f(t + p) \\
&= f(t)
\end{aligned}$$

لذلك يكون  $f(t)$  اي ان  $f(t + 2p) = f(t) \quad \forall t$  هي ايضا دورة للدالة

في الحقيقة وبطريقة مماثلة لما ورد في اعلاه نستطيع اثبات ان  $np$  هي ايضا دورة للدالة  $f(t)$  حيث ان  $n$  عدد صحيح موجب، اي ان:

$$f(t + np) = f(t) \text{ for all } t \text{ and for all } n \in \mathbb{Z}^+$$

Therefore  $2n\pi$  is a period for  $\sin(t)$  and  $\cos(t)$  for all positive integer  $n$

اي ان:

$$\sin t = \sin(t + 2\pi) = \sin(t + 2n\pi)$$

$$\cos t = \cos(t + 2\pi) = \cos(t + 2n\pi)$$

اذا كانت  $p > 0$  دورة للدالة الدورية  $f$  فان  $p$  تسمى بالدوره الاساسية للدالة  $f$  اذا لم تكن هناك دوره اصغر منها للدالة  $f$  (fundamental period of  $f$ )

في هذه الحالة نكتفي بالقول بان  $p$  دورة الدالة  $f$

ملاحظات:

١- الدورة الاساسية للدالة  $\sin t$  والدالة  $\cos t$  هي  $2\pi$ .

٢- باختصار ان الدورة الاساسية (ان وجدت) فهي اصغر دورة للدالة الدورية.

من المهم ان نعرف ايضا ان ليس جميع الدوال الدورية تمتلك اصغر دورة. ومثال على ذلك الدالة

هو عدد موجب  $p$ . هو عدد ثابت و  $c$  حيث ان  $p$  هي دالة دورية دورتها هي  $c = f(t)$  الثابتة