



كلية : التربية للعلوم الصرفة

القسم او الفرع : الفيزياء

المرحلة: الثالثة

أستاذ المادة : م.د. مصطفى ابراهيم حميد

اسم المادة باللغة العربية : نظرية المجاميع

اسم المادة باللغة الإنجليزية : Set Theory

اسم الحاضرة الخامسة باللغة العربية: الدوال الزوجية والدوال الفردية

اسم المحاضرة الخامسة باللغة الإنجليزية : Even and Odd Functions

Lecture 5

Even and Odd Functions الدوال الزوجية والدوال الفردية

A function f defined on an interval $[L, -L]$ is even if $f(-t) = f(t)$ for $-L \leq t \leq L$, and f is odd if $f(-t) = -f(t)$ for $-L \leq t \leq L$.

Example : Determine whether each of the following functions is even, odd, or neither.

1. $f(t) = 3t^2 + \cos(5t)$
2. $g(t) = 3t - t^2 \sin(2t)$
3. $h(t) = t^2 + t + 1$

Solution :

1. $f(t) = 3t^2 + \cos(5t)$

Since

$$\begin{aligned}f(-t) &= 3(-t)^2 + \cos(-5t) \\&= 3t^2 + \cos(5t) \\&= f(t) \quad \text{for all } t\end{aligned}$$

it follows that f is an even function.

2. $g(t) = 3t - t^2 \sin(2t)$

Since

$$g(-t) = 3(-t) - (-t)^2 \sin(-2t)$$

$$= -3t - t^2 \sin(-2t)$$

$$= -3t + t^2 \sin(2t)$$

$$= -(3t - t^2 \sin(2t))$$

$$= -g(t) \text{ for all } t$$

it follows that f is an odd function.

3. $h(t) = t^2 + t + 1$

Since

$$h(-t) = (-t)^2 + (-t) + 1$$

$$= t^2 - t + 1$$

$$\therefore h(-t) = h(t) \text{ if and only if } -t = t \text{ iff } -2t = 0 \text{ iff } t = 0$$

$\therefore h$ is not even

الدالة غير زوجية لأنها تكون زوجية فقط عندما $t = 0$. وهذا ينافي التعريف لأن الدالة يجب أن تحقق شرط التعريف لكل قيم t .

Similarly

$$h(-t) = -h(t) \text{ if and only if}$$

$$t^2 - t + 1 = -(t^2 - t + 1) \text{ if and only if}$$

$$t^2 - t + 1 = -t^2 + t - 1 \text{ if and only if}$$

$$t^2 + 1 = -(t^2 + 1) \text{ if and only if}$$

$$2(t^2 + 1) = 0 \text{ if and only if}$$

$$t^2 + 1 = 0 \text{ which is not true for any } t.$$

Thus, h is not odd, and hence it is neither even nor odd.

Theorems:

1. If both f and g are even, then $f + g$ and fg are even.
2. If both f and g are odd, then $f + g$ is odd and fg is even.
3. If f is even and g is odd, then fg is odd.
4. If f is even, then

$$\int_{-L}^L f(t)dt = 2 \int_0^L f(t)dt.$$

5. If f is odd, then

$$\int_{-L}^L f(t)dt = 0.$$