



كلية : التربية للعلوم الصرفة

القسم او الفرع : الفيزياء

المرحلة: الثالثة

أستاذ المادة : م.د. مصطفى ابراهيم حميد

اسم المادة باللغة العربية : نظرية المجموع

اسم المادة باللغة الإنكليزية : Set Theory

اسم المحاضرة الحادية عشر باللغة العربية: امثلة على معادلة الموجة

اسم المحاضرة الحادية عشر باللغة الإنكليزية : Example Wave Equation

## Lecture 11

اولا: نجد قيمة التكامل

$$\int_0^1 x \sin\left(\frac{n\pi x}{2}\right) dx$$

$$u = x \quad \Rightarrow \quad du = dx$$

$$dv = \sin\left(\frac{n\pi x}{2}\right) dx \quad \Rightarrow \quad v = -\frac{2}{n\pi} \cos\left(\frac{n\pi x}{2}\right)$$

$$\int_0^1 x \sin\left(\frac{n\pi x}{2}\right) dx = uv - \int v du$$

$$= -x \frac{2}{n\pi} \cos\left(\frac{n\pi x}{2}\right) \Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{-2}{n\pi} \cos\left(\frac{n\pi x}{2}\right) dx \quad \text{———— (20)}$$

$$= -\left[1 \cdot \frac{2}{n\pi} \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) - 0\right] + \frac{2}{n\pi} \int_0^1 \cos\left(\frac{n\pi x}{2}\right) dx$$

$$= -\frac{2}{n\pi} \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) + \frac{2}{n\pi} \frac{2}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi x}{2}\right) \Big|_0^1$$

$$= -\frac{2}{n\pi} \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) + \frac{4}{n^2 \pi^2} \sin\left(\frac{n\pi x}{2}\right) \Big|_0^1$$

$$= -\frac{2}{n\pi} \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) + \frac{4}{n^2\pi^2} \left[ \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) - 0 \right]$$

$$\int_0^1 x \sin\left(\frac{n\pi x}{2}\right) dx = -\frac{2}{n\pi} \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) + \frac{4}{n^2\pi^2} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)$$

ثانيا: نجد قيمة التكامل

$$\int_1^2 (2-x) \sin\left(\frac{n\pi x}{2}\right) dx$$

$$= \int_1^2 2 \sin\left(\frac{n\pi x}{2}\right) dx - \int_1^2 x \sin\left(\frac{n\pi x}{2}\right) dx$$

بنفس الطريقة السابقة  $u dv$

$$= -2 \left[ \frac{2}{n\pi} \cos\left(\frac{n\pi x}{2}\right) \right]_1^2 - \left[ \frac{2x}{n\pi} \cos\left(\frac{n\pi x}{2}\right) - \frac{2}{n\pi} \int_1^2 \cos\left(\frac{n\pi x}{2}\right) dx \right]$$

$$= -\frac{4}{n\pi} \left[ \cos(n\pi) - \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) \right] + \frac{2}{n\pi} \left[ 2\cos(n\pi) - 1 \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) \right]$$

$$- \left[ \frac{2}{n\pi} \frac{2}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi x}{2}\right) \right]_1^2$$

$$= -\frac{4}{n\pi} \cos(n\pi) + \frac{4}{n\pi} \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) + \frac{4}{n\pi} \cos(n\pi) - \frac{2}{n\pi} \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)$$

$$- \frac{4}{n^2\pi^2} \left[ \sin(n\pi) - \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \right]$$

$$= \frac{4}{n\pi} \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) - \frac{2}{n\pi} \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) - \frac{4}{n^2\pi^2} (0) + \frac{4}{n^2\pi^2} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)$$

$$\int_1^2 (2-x) \sin\left(\frac{n\pi x}{2}\right) dx = \frac{2}{n\pi} \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) + \frac{4}{n^2\pi^2} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)$$

نجمع قيمة التكاملين

$$A_n = \int_0^1 x \sin\left(\frac{n\pi x}{2}\right) dx + \int_1^2 (2-x) \sin\left(\frac{n\pi x}{2}\right) dx$$

$$= -\frac{2}{n\pi} \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) + \frac{4}{n^2\pi^2} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) + \frac{2}{n\pi} \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) + \frac{4}{n^2\pi^2} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)$$

$$A_n = \frac{8}{n^2\pi^2} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)$$

if  $n = \text{even}$ , then  $A_n = 0$

if  $n = \text{odd}$ , then  $A_n = \frac{8}{n^2\pi^2} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)$

الحل يكون

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{8}{n^2\pi^2} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \right) \cos\left(\frac{n\pi}{2} ct\right) \sin\left(\frac{n\pi}{2} x\right)$$

$$u(x, t) = \frac{8}{\pi^2} \cos\left(\frac{\pi ct}{2}\right) \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right) + \left(\frac{-8}{9\pi^2}\right) \cos\left(\frac{3\pi ct}{2}\right) \sin\left(\frac{3\pi x}{2}\right)$$

$$+ \left(\frac{8}{25\pi^2}\right) \cos\left(\frac{5\pi ct}{2}\right) \sin\left(\frac{5\pi x}{2}\right) + \dots$$

ملاحظة قيمة  $A_n$  هي كالتالي :

$$A_1 = \frac{8}{(1)^2\pi^2} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{8}{\pi^2}$$

$$A_3 = \frac{8}{(3)^2\pi^2} \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \frac{-8}{9\pi^2}$$

$$A_5 = \frac{8}{(5)^2\pi^2} \sin\left(\frac{5\pi}{2}\right) = \frac{8}{25\pi^2}$$

وهكذا.....

وعندما تكون  $n$  عدد زوجي فان  $A_n = 0$  عى سبيل المثال عندما  $n = 2$

$$A_2 = \frac{8}{(2)^2\pi^2} \sin\left(\frac{2\pi}{2}\right) = \frac{8}{4\pi^2} \sin \pi = 0$$