الكلية : التربية للعلوم الصرفة

القسم او الفرع : الرياضيات

المرحلة: الثالثة

أستاذ المادة : أ. م. د. فراس شاكر محمود

اسم المادة باللغة العربية : نظرية احتمالية 1

اسم المادة باللغة الإنكليزية : **Probability Theory 1**

اسم المحاضرة السابعة باللغة العربية: التوقع الرياضي

اسم المحاضرة السابعة باللغة الإنكليزية : **Mathematical Expectation**

Mathematical Expectation التوقع الرياضي

Definition ; the expectation E (x) of r . v . X Assuming values $x_1, x_2, \ldots$ with probabilities $f(x_1), f(x_2), \ldots$ is given

$$E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\, dx = \int_x \sum_x x\, p[x = x_j] = \sum_j x\, f(x_j)$$

بنفس الطريق اذا كانت u(x,y) دالة للمتغيرين العشوائية x , y

f(x,y) is p.d.f or p.m.f of (x,y) then the expectation

$$\text{E (u(x,y))}=\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u(x,y) f(x,y) dx\, dy$$

When x,y are continues r . v .

$$\sum_{x} \cdot \sum_{y} u(x,y) f(x,y) = 1$$

When x,y are r. v discrete

Theorem : if a,b are constants , x is r.v has p.m.f then E(a u(x)+b)=a E(u(x)+b).

Proof :

1)if x is continuous r.v then

$$E(a\, u(x) + b) = \int_{-\infty}^{\infty} [a\, u(x) + b] f(x)\, dx$$

$$= a \int_{-\infty}^{\infty} [\, u(x) f(x) + b \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, dx$$

$$= \boldsymbol{a}\,\boldsymbol{E}(\,\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{b})$$

Hence $= \int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\, \boldsymbol{dx} = 1 = \sum_x f(x)$

2)if x is discrete r.v then

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{a}\,\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{b}) = \sum_{\boldsymbol{x}} [\boldsymbol{a}\,\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{b}]\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$$

$$=\text{a} \sum_x \boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) + b \sum_x \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$$

$$= \boldsymbol{a}\,\boldsymbol{E}(\,\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{b})$$

Properties of **expectation**

1) If a=0 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{a}\,\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{b}) = E(b) = b$
2) If b=0 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{a}\,\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{b}) = E(a\,u(x)) = \boldsymbol{a}\,\boldsymbol{E}\big(\,\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})\big)$

Theorem if k_1, k_2 are constants and x is r.v has p.d.f f(x) then E($k_1 V_1(x) + k_2 v_2(x)$)=$k_1 E\big(v_1(x)\big) + k_2 E\big(v_2(x)\big)$
Such that $v_1(x)\ and\ \ v_2(x)$ is two function for x
Proof; exercise.