الفصل الثامن

نماذج الصيانة والإستبدال

Replacement and Maintenance models [2]

تتعرض جميع الأجهزة والمعدات والمكائن للعطل والتوقف عن العمل أو هبوط كفاءتها على إمتداد عمرها الزمني ، الأمر الذي يتطلب تقليص الوقت الذي تكون فيه هذه الأجهزة خارج الخدمة إلى أقل ما يمكن ، وكذلك تقليص الكلفة النهائية إلى أقل ما يمكن مما يستدعي الأمر إلى تحديد الوقت المناسب لفحص الأجهزة وتدقيقها بعناية كافية وإحتمال تجديدها كمقياس وقائي وإصلاح أو إستبدال الأجهزة العاطلة .

8-1- نماذج الإستبدال *Replacement models* : تلجأ جميع الشركات والمعامل إلى إستبدال وحدات معينة (مكائن أومعدات) عندما تواجه إحدى المشكلتين التاليتين أو كليهما معاً :

- الوحدات الموجودة لديها لاتؤدي وظيفتها بكفاءة .
- وجود وحدات جديدة تقوم بنفس الوظيفة ولكن في وقت أقل أو بكلفة أقل أو بمستوى جودة أعلى.

ويتم الإستبدال عند وجود واحد أو أكثر من المبررات الفنية أو الإقتصادية التي يستوجب بسببها الإستبدال :

المبررات الفنية – تلك العيوب التي تسببها الوحدة الحالية أو التعديلات الفنية على نظام الإنتاج أو بسبب الخطورة التي تسببها الوحدة الحالية إثناء التشغيل او ظهور وحدة جديدة تؤدي اعمال إضافية بجانب العمل الأصلي لها أو ماتمتلكه من مزايا أخرى .

المبررات الإقتصادية –كتكاليف الصيانة والتشغيل ونسبة التالف وعدد الوحدات المنتجة وعدد العمال اللازمين والجهد المبذول عند الإستخدام ... الخ .

النموذج الأول : يلاحظ في هذا النموذج إن كلف الصيانة والتصليح تزداد بمرور الزمن . ففي هذا النموذج يستخدم معدل الكلفة الكلية للملكنة كمعيار لإتخاذ القرار بخصوص الفترة التي يتم فيها الإستبدال .

بإفتراض إن: C تمثل كلفة شراء المعدات الجديدة .

S تمثل قيمة بيع المعدات القديمة *Resale Value* .

n تمثل عدد الفترات الزمنية لخدمة المعدات .

TC تمثل مجموع الكلف الكلية .

$T = \frac{TC}{n}$ تمثل معدل الكلفة الكلية .

$f(t)$ تمثل كلفة الصيانة *maintenance* في الزمن t .

لذا فإن :

$$TC = C + \int_0^n f(t)dt - S$$

$$T = \frac{TC}{n} = \frac{1}{n}\left(C - S + \int_0^n f(t)dt \right)$$

لإيجاد قيمة الزمن n الذي يعطي أقل قيمة إلى T سيكون :

$$\frac{\partial T}{\partial n} = -\frac{1}{n^2}\left(C - S + \int_0^n f(t)dt \right) + \frac{1}{n}\frac{\partial}{\partial n}\int_0^n f(t)dt$$

لاحظ إن : $\int f(t)dt = F(t)$ $where$

$$\frac{\partial}{\partial n}\int_0^n f(t)dt = \frac{\partial}{\partial n}\left[F(t)\right]_0^n$$

$$= \frac{\partial}{\partial n}\left[F(n) - F(0)\right] \quad since \quad F(0) = 0$$

$$= \frac{\partial}{\partial n}F(n) = f(n)$$

لذا فإن :

$$\frac{\partial T}{\partial n} = -\frac{1}{n^2}\left(C - S + \int_0^n f(t)dt \right) + \frac{1}{n}f(n) = 0$$

$$f(n) = \frac{1}{n}\left(C - S + \int_0^n f(t)dt \right)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial n^2} = \frac{2}{n^3}\left(C - S + \int_0^n f(t)dt \right) + \frac{1}{n}f'(n) - \frac{2}{n^2}f(n) > 0 \Rightarrow \min.$$

أي إنه سيكون معدل الكلفة الكلية أقل ما يمكن عندما :

$g(n) = \frac{1}{n}\left(C - S + \int_0^n f(t)dt \right)$ إذا كان الزمن t متغير مستمر *Continuous* .

$g(n) = \frac{1}{n}\left(C - S + \sum_{t=0}^{n} f(t) \right)$ إذا كان الزمن t متغير متقطع *Discrete* .

مثال-1 : إذا كانت كلفة الصيانة وقيمة إعادة بيع ماكنة خلال *8* سنوات موضحة في الجدول ادناه:

Year (t)	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*
Maintenance f(t)	*900*	*1200*	*1600*	*2100*	*2800*	*3700*	*4700*	*5900*
Resale value (S)	*4000*	*2000*	*1200*	*600*	*500*	*400*	*400*	*400*

في أي سنة يكون من المفضل إستبدال الماكنة ، علماً بأن سعر شراء الماكنة الجديدة هو *7000 $* .

الحل : $C = 7000$

N	*S*	*C - S*	*f(t)*	*∑f(t)*	*g(n)*
1	*4000*	*3000*	*900*	*900*	*3900*
2	*2000*	*5000*	*1200*	*2100*	*3550*
3	*1200*	*5800*	*1600*	*3700*	*3166.7*
4	*600*	*6400*	*2100*	*5800*	*3050*
5	*500*	*6500*	*2800*	*8600*	*3020 →mini.*
6	*400*	*6600*	*3700*	*12300*	*3150*
7	*400*	*6600*	*4700*	*17000*	*3371.4*
8	*400*	*6600*	*5900*	*22900*	*3687.5*

لذا فمن الأفضل إستبدال الماكنة في نهاية السنة الخامسة .

مثال-2 : كلفة شراء ماكنة جديدة هو *9000* دينار وكلفة التشغيل في السنة الأولى هو *200* دينار وتزداد الكلفة بمقدار *2000* دينار سنوياً ، حدد أفضل عمر للماكنة لإستبدالها . بإفتراض إن الماكنة ليس لها سعر بيع عندما تستبدل .

الحل :

N	*C - S*	*f(t)*	*∑f(t)*	*g(n)*
1	*9000*	*200*	*200*	*9200*
2	*9000*	*2200*	*2400*	*5700*
3	*9000*	*4200*	*6600*	*5200 → mini.*
4	*9000*	*6200*	*12800*	*5450*
5	*9000*	*8200*	*21000*	*6100*

لذا أفضل إستبدال للماكنة يكون في نهاية السنة الثالثة .

النموذج الثاني : يتم في هذا النموذج إستبدال الوحدات او الأجزاء التي تعطل بصورة مفاجئة إذ يتم حساب معدل كلفة الإستبدال الفردي *Cost of individual replacement* ومعدل كلفة الإستبدال الجماعي *Cost of grouped replacement* لكل فترة زمنية ويتم تحديد سياسة الإستبدال المثلى من خلال إختيار أقل معدل كلفة كلية وكما يلي:

- عدد الوحدات المستبدلة خلال الفترة (*i*) :

$$N_i = \sum_{j=1}^{i} N_{j-1} P_{i-j+1} = N_0 P_i + N_1 P_{i-1} + N_2 P_{i-2} + ... + N_{i-1} P_1$$

- معدل عمر الوحدة الإنتاجية *Average life of items (AL)* :

$$AL = \sum_{i=1}^{n} iP_i$$

- معدل العطل في الفترة الزمنية *n* *Average failure per period (AF)* :

$$AF = \frac{N_0}{AL}$$

- كلفة الإستبدال الفردي لكل وحدة إنتاجية *Cost of individual replacement (CIR)* :

$$CIR = C_1 * AF$$

- معدل كلفة الإستبدال الجماعي لكل فترة *Average cost group replacement per period (i)*:

$$ACGR_i = \frac{C_2 * N_0 + C_1 * \sum_{j=1}^{i} N_j}{i}$$

وعليه تقارن كلفة الإستبدال الفردي *CIR* مع معدل كلفة الإستبدال الجماعي *ACGR* فالأقل يحدد نوع الإستبدال (فردي أو جماعي) ومن قيم $ACGR_i$ تتحدد الفترة المثلى *i* للإستبدال الجماعي .

علماً بأن : P_i تمثل إحتمال عطل الوحدات الجديدة خلال الفترة الزمنية *i* .

C_1 تمثل كلفة الإستبدال الفردي لكل وحدة .

C_2 تمثل كلفة الإستبدال الجماعي لكل وحدة .

N_0 تمثل عدد الوحدات الإنتاجية الكلية المستخدمة في بداية الفترة .

$i = 1 , 2 , 3 , ... , n$

مثال-3 : إحتمال العطل لوحدات إنتاجية معينة قبل إشتغالها للفترة الزمنية n موضحة في الجدول أدناه :

End of week (i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Prob.Of failure (P_i)	0.01	0.03	0.05	0.07	0.10	0.15	0.20	0.15	0.11	0.08	0.05

إذا علمت إن كلفة الإستبدال الفردية هي *1.25* ديناراً وكلفة الإستبدال الجماعية *0.5* ديناراً لكل وحدة إنتاجية . حدد سياسة الإستبدال المثلى ، علماً إن عدد الوحدات المستخدمة هي *1000* وحدة إنتاجية .

الحل :

$$N_0 = 1000$$
$$N_1 = N_0 * P_1 = 1000 * 0.01 = 10$$
$$N_2 = N_0*P_2 + N_1*P_1 = 1000*0.03 + 10* 0.01 = 30.1$$
$$N_3 = N_0*P_3 + N_1*P_2 + N_2* P_1 = 1000*0.05+10*0.03+30.1*0.01=50.6$$
$$N_4 = N_0*P_4+N_1*P_3+N_2*P_2+N_3*P_1$$
$$=1000*0.07+10*0.05+30.1*0.03+50.6*0.01=71.9$$
$$N_5 = N_0*P_5+N_1*P_4+N_2*P_3+N_3*P_2+N_4*P_1$$
$$=1000*0.10+10*0.07+30.1*0.05+50.6*0.03+71.9*0.01=104.4$$
$$N_6 = N_0*P_6+N_1*P_5+ N_2*P_4+N_3*P_3+N_4*P_2+N_5*P_1$$
$$=1000*0.15+10*0.10+30.1*0.07+50.6*0.05+71.9*0.03+104.4*0.01=158.8$$
$$N_7 = N_0*P_7+N_1*P_6+N_2*P_5+N_3*P_4+N_4*P_3+N_5*P_2+N_6*P_1$$
$$=1000*0.2+10*0.15+30.1*0.1+50.6*0.07+71.9*0.05+104.4*0.03+158.8*0.01$$
$$=216.4$$
$$N_8 = N_0*P_8+N_1*P_7+N_2*P_6+N_3*P_5+N_4*P_4+N_5*P_3+N_6*P_2+N_7*P_1$$
$$=1000*0.15+10*0.2+30.1*0.15+50.6*0.1+71.9*0.07+104.4*0.05+158.8*0.03$$
$$+216.4*0.01 = 178.8$$
$$N_9 = N_0*P_9+N_1*P_8+N_2*P_7+N_3*P_6+N_4*P_5+N_5*P_4+N_6*P_3+N_7*P_2+N_8*P_1$$
$$=1000*0.11+10*0.15+30.1*0.2+50.6*0.15+71.9*0.1+104.4*0.07+158.8*0.05$$
$$+216.4*0.03+178.8*0.01=155.8$$
$$N_{10} = N_0*P_{10}+N_1*P_9+N_2*P_8+N_3*P_7+N_4*P_6+N_5*P_5+N_6*P_4+N_7*P_3+N_8*P_2+N_9*P_1$$
$$=1000*0.08+10*0.11+30.1*0.15+50.6*0.2+71.9*0.15+104.4*0.1+158.8$$
$$*0.07+216.4*0.05+178.8*0.03+155.8*0.01=145.8$$
$$N_{11} = N_0*P_{11}+N_1*P_{10}+N_2*P_9+N_3*P_8+N_4*P_7+N_5*P_6+N_6*P_5+N_7*P_4+N_8*P_3$$
$$+N_9*P_2+N_{10}*P_1$$
$$= 1000*0.05+10*0.08+30.1*0.11+50.6*0.15+71.9*0.2+104.4*0.15+158.8$$
$$*0.1+216.4*0.07+178.8*0.05+155.8*0.03+265.8*0.01=139.1$$

$$AL = \sum_{i=1}^{11} i * P_i = 1* 0.01 + 2* 0.03 + 3* 0.05 + 4* 0.07 + 5* 0.1 + 6* 0.15 + 7* 0.2 + 8* 0.15$$
$$+ 9* 0.11 + 10* 0.08 + 11* 0.05 = 6.84$$

$$AF = \frac{N_0}{AL} = \frac{1000}{6.84} = 146.2 \quad and \quad CIR = C_1 * AF = 1.25 * 146.2 = 182.75$$

End of week (i)	$ACGR_i = \frac{C_2 * N_0 + C_1 * \sum_{j=1}^{i} N_j}{i}$
1	$\frac{1000 * 0.5 + 10 * 1.25}{1} = 512.5$
2	$\frac{1000 * 0.5 + (10 + 30.1) * 1.25}{2} = 275.06$
3	$\frac{1000 * 0.5 + (40.1 + 50.6) * 1.25}{3} = 204.46$
4	$\frac{1000 * 0.5 + (90.7 + 71.9) * 1.25}{4} = 175.81$
5	$\frac{1000 * 0.5 + (162.6 + 104.4) * 1.25}{5} = 166.75 \Rightarrow min\, i.$
6	$\frac{1000 * 0.5 + (267 + 158.8) * 1.25}{6} = 172.04$
7	$\frac{1000 * 0.5 + (425.8 + 216.4) * 1.25}{7} = 186.11$
8	$\frac{1000 * 0.5 + (642.2 + 178.8) * 1.25}{8} = 190.78$
9	$\frac{1000 * 0.5 + (821 + 155.8) * 1.25}{9} = 191.22$
10	$\frac{1000 * 0.5 + (976.8 + 145.8) * 1.25}{10} = 190.33$
11	$\frac{1000 * 0.5 + (1122.6 + 139.1) * 1.25}{11} = 188.83$

بسبب أقل كلفة للإستبدال الجماعي $(ACGR_5=166.76)$ < كلفة الإستبدال الفردي $(CIR = 182.75)$.
لذا فمن المفضل إجراء الإستبدال الجماعي في نهاية الإسبوع الخامس.

8-2- نماذج الصيانة *Maintenance Models* : لاحظنا في النماذج السابقة إن كافة القرارات المتخذة كانت بإستبدال المعدات الإنتاجية لتحقيق أعلى فائدة (أقل كلفة) ممكنة ، ولكن من الممكن إصلاح هذه المعدات بدلاً من إستبدالها أي فحصها بعناية وبشكل دوري قبل أية مرحلة حاسمة من تشغيلها .

تستخدم في هذه النماذج التكاليف المتوقعة أو الوقت المتوقع للعطل لمقارنة السياسات المختلفة لصيانة المعدات بشرط أن تكون إحتمالية العطل للمعدات خلال عمرها معلومة .

معدل كلفة الصيانة (التصليح) : ***Cost of maintenance (CM)***

$$CM = \frac{Maintenance\ Cost\ \ per\ \ unit\ \ (MC)}{Expected\ \ life\ \ per\ \ unit\ \ (EL)} * N_0$$