

10-1-4- مخطط السيطرة النوعية لنسبة الوحدات المعيبة *P-Chart* :

يتم استخدام هذا النوع من المخططات للسيطرة على النوعية فيما يخص نسبة المعاب ضمن المفردات المنتجة لمنتوج معين أو لملكنة معينة أو لوجبة عمل معينة . ويكون حدي السيطرة النوعية الأوليين ، كما يلي :

$$UCL(\bar{P}) = \bar{P} + 3 * \sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{m}} \quad \text{and} \quad LCL(\bar{P}) = \bar{P} - 3 * \sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{m}}$$

إذ إن m تمثل حجم العينة لكل وجبة عمل .

$$\bar{P} = \frac{\sum_{i=1}^n P_i}{n}$$

تمثل متوسط نسبة الوحدات المعيبة للعينة المختارة .

ثم نقارن نسبة الوحدات المعيبة مع حدي السيطرة الأوليين ، فإذا وقعت جميعها ضمن حدي السيطرة النوعية فيعتبر هذان الخطان نهائيان ، أما إذا وقعت واحدة أو أكثر من قيم P_i خارج حدي السيطرة فيعاد إحساب حدي السيطرة النوعية بعد إستبعاد العينات الواقعة خارج حدي السيطرة الأوليين .

أما الشروط اللازمة لإعداد هذه اللوحة هي :

1. يكون سحب العينات بصورة متتابعة وبفترات زمنية محددة ومنظمة .
2. تساوي حجم العينة المسحوبة ويفضل سحب عينات بعدد كبير من المفردات تكون بين (100 - 30) مفردة .

مثال-2 : سحبت 25 عينة من منتج ما لإحدى المصانع تتكون كل عينة من 200 وحدة إنتاجية ، فوجد إن عدد الوحدات المعيبة في كل منها كالاتي :

2, 3, 4, 0, 5, 2, 13, 2, 3, 10, 3, 0, 4, 2, 1, 4, 5, 3, 5, 4, 1, 2, 6, 2, 5

أوجد حدي السيطرة النوعية لنسبة الوحدات المعيبة .

الحل :

n	defective	P_i	n	defective	P_i
1	2	0.010	14	2	0.010
2	3	0.015	15	1	0.005
3	4	0.020	16	4	0.020
4	0	0.000	17	5	0.025
5	5	0.025	18	3	0.015
6	2	0.010	19	5	0.025
7	13	0.065	20	4	0.020
8	2	0.010	21	1	0.005
9	3	0.015	22	2	0.010
10	10	0.050	23	6	0.030
11	3	0.015	24	2	0.010
12	0	0.000	25	5	0.025
13	4	0.020	Σ	91	0.455

$$\bar{P} = \frac{\sum_{i=1}^n P_i}{n} = \frac{0.455}{25} = 0.0182$$

$$UCL(P) = \bar{P} + 3 * \sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{m}} = 0.0182 + 3 * \sqrt{\frac{0.0182 * (1-0.0182)}{200}} = 0.0466$$

$$LCL(P) = \bar{P} - 3 * \sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{m}} = 0.0182 - 3 * \sqrt{\frac{0.0182 * (1-0.0182)}{200}} = -0.010 \cong 0$$

ومن مقارنة قيم P_i مع حدي السيطرة الأوليين أعلاه ، نلاحظ إن قيم P_i التي تقع خارج هذين الحدين هما :

n	Def.	P_i
7	13	0.065
10	10	0.050
Σ	23	0.115

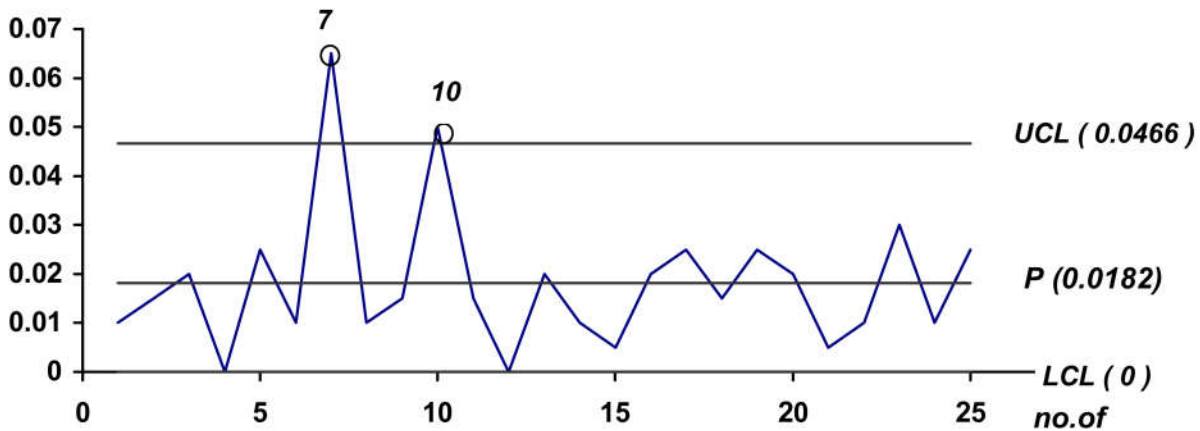
وباستبعادهما نحصل على حدي السيطرة النهائيين ، وكما يلي :

$$\bar{P}_{new} = \frac{0.455 - 0.115}{25 - 2} = 0.0147$$

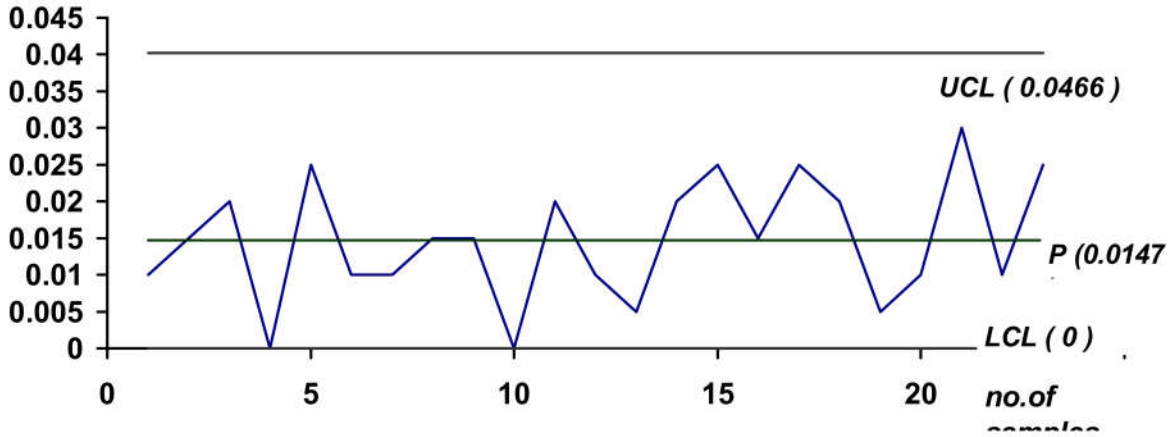
$$UCL(P)_{new} = 0.0147 + 3 * \sqrt{\frac{0.0147 * (1-0.0147)}{200}} = 0.0402$$

$$LCL(P)_{new} = 0.0147 - 3 * \sqrt{\frac{0.0147 * (1-0.0147)}{200}} = -0.0108 \cong 0$$

المخطط الأولي للسيطرة النوعية لنسبة الوحدات المعيبة



المخطط النهائي للسيطرة النوعية لنسبة الوحدات المعيبة



10-2- مستوى الجودة :

لتقييم مستوى الجودة لا بد من مطابقة حدود لوحة السيطرة مع حدود لوحة المواصفات ، ف إذا كانت نتيجة المطابقة وقوع حدي لوحة السيطرة ضمن حدي المواصفات ، فإن هذا يدل على أحكام السيطرة على العمليات الإنتاجية ، أما إذا كانت نتيجة المطابقة خروج أحد حدود لوحة السيطرة أو كلا الحدين عن حدود لوحة المواصفات فهذا يشير إلى إن الإنتاج غير مرضي مما يتطلب إتخاذ الإجراءات اللازمة لضمان تحقيق المواصفات وبحدود السماحات المثبتة والتي وضعت أساساً بعد التأكيد من إن قابلية العمال ودقة الماكائن قادرة على تحقيقها . وللتأكد من مستوى الجودة لا بد من إستخدام بعض الأساليب الرياضية التي يمكن خلالها التعرف على مدى مطابقة الإنتاج للمواصفات المحددة مسبقاً .

وإن أحد هذه الأساليب هو : $\frac{3\sigma}{T} \leq 1$ حيث إن T تمثل مقدار السماح .

كما يمكن إيجاد عدد الإنحرافات المعيارية N_σ من العلاقة : $N_\sigma = \frac{T}{\sigma}$.

من الجدول أدناه ، يمكن إيجاد نصف المساحة تحت المنحنى الطبيعي والنسبة للوحدات المعيبة :

N_{σ}	1/2 area	Def. %
0.00	0.500	100.0
0.25	0.401	80.2
0.50	0.309	61.8
0.75	0.227	45.4
1.00	0.159	30.8
1.25	0.106	21.2
1.50	0.067	13.4
1.75	0.040	8.0
2.00	0.023	4.6
2.25	0.012	2.4
2.50	0.006	1.2
2.75	0.003	0.6
3.00	0.001	0.2

وكما موضح في الشكل أدناه :

مثال-3 : من بيانات المثال الول ، أوجد مستوى جودة افنتاج ونسبة الوحدات المعابة .

الحل : رجوعاً لبيانات المثال-1 نجد إن $\sigma = 1.34$ وإن مقدار السماح لحد دي ال سيطرة النهائي للوسط الحسابي هو : $T = 39.011 - 36.86 = 2.151$ ، وعليه فإن مستوى الجودة يكون :

$$\frac{3\sigma}{T} = \frac{3 * 1.34}{2.151} = 1.87 > 1$$

ولكون خارج القسمة أكبر من الواحد فهذا يعني إن الإنتاج واقع خارج حدود السيطرة وإنه يحتوي على كمية من الوحدات المعابة .

لحساب النسبة المئوية للوحدات المعابة نجد عدد الانحرافات المعيارية :

$$N_{\sigma} = \frac{T}{\sigma} = \frac{2.151}{1.34} = 1.6$$

وباستخدام الجدول السابق ، نجد إن 1.6 من الانحرافات المعيارية يقابل نسبة وحدات معابة مقدارها 11% تقريباً ويمكن تمثيله بالشكل الآتي :

الفحص بالعينات :

مما لا شك فيه إن أبسط طريقة لضبط الجودة تتمثل بالفحص الشامل لجميع السلع المنتجة وعزل المعاب منها ولكن هذه الطريقة غير إقتصادية وأحياناً يستحيل تطبيقها ولأسباب سبق نكرها سابقاً . لذا فإن إتخاذ القرار لقبول الإنتاج أو رفضه بإستخدام أسلوب الفحص العيني يعتمد على نسبة المعاب في العينة المسحوبة بطريقة عشوائية .

وفي الواقع العملي ، إذا كانت عدد الوحدات المعابة المتفق عليها لقبول الدفعة أقل من d ، قد يظهر بالصدفة في عينة معينة أقل من d مفردة معابة لذا تقبل الدفعة على هذا الأساس في حين كان يجب رفضها لإحتوائها على مفردات معابة أكثر من النسبة المتفق عليها وهذا يشكل مخاطرة المستهلك *Consumer's risk* وقد يظهر في الصدفة في عينة أخرى d من المفردات المعابة وترفض هذه الدفعة على هذا الأساس ، في حين كان يجب قبولها لإحتوائها على مفردات معابة أقل من النسبة المسموح بها وهذا يشكل مخاطرة المنتج *Producer's risk* .

وعلى فرض إن مستوى الجودة للقبول هو d_1 ومستوى الجودة المحددة هو d_2 . فعند d_1 يكون إحتمال قبول الدفعة هو P_1 لهذا فإحتمال رفضها يكون $(1-P_1)$ إذ تمثل مخاطرة المنتج (إحتمال رفض الدفعة خطأ ويفترض إنها تقبل) ، أما إذا تعرضت دفعة معينة لمستوى d_2 أو أقل بسبب فحص عينة قليلة العيوب بالصدفة وقبلت الدفعة في حين كان المفروض رفضها فإن هذا يشكل مخاطرة المستهلك وليكن P_2 ، وكما موضحة في الشكل :

أما أنواع الخطط للفحص العيني فهي :

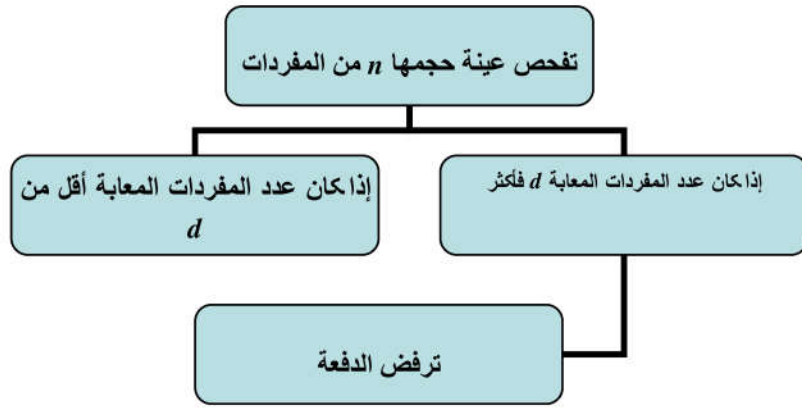
أ- الفحص العيني الأحادي : يعتمد قرار قبول أو رفض المنتج طبقاً لهذه الخطة على نتائج فحص عينة واحدة مسحوبة بطريقة عشوائية من الإنتاج ويتخذ القرار إستناداً إلى عدد الوحدات المسموح بها من القطع المعابة في العينة .

إذا سحبت عينة عشوائية بحجم n مفردة وكانت عدد الوحدات المعابة المتفق عليها لقبول الدفعة أقل من d فنتيجة الفحص تكون :

- إذا وجد في العينة أقل من d مفردة معابة تقبل الدفعة .

- إذا وجد في العينة d من المفردات المعابة أو أكثر ترفض الدفعة أو تفحص فحصاً شاملاً .

وكما في الشكل أدناه :



ب- الفحص العيني الثنائي : يعتمد إتخاذ القرار في حالة الفحص العيني الثنائي إستناداً لنتائج

فحص عينتين وبالترتيب التالي :

تسحب عينة وتفحص الحالات التالية :

العينة جيدة - لهذا تقبل الدفعة .

العينة غير جيدة - ترفض الدفعة .

العينة ليست جيدة ولاسيئة - لهذا تؤخذ عينة ثانية وتفحص .

إتخاذ القرار في هذه الحالة يعتمد على عدد الوحدات المعابة في العينتين معاً ، وكما

موضحة في الشكل أدناه بإفتراض إن :

d_1 يمثل أقل عدد من الوحدات المعابة المسموح بها في العينة الأولى .

d_2 يمثل أكبر عدد من الوحدات المعابة المسموح بها في العينة الأولى .

d_3 يمثل أكبر عدد من الوحدات المعابة المسموح بها في العينتين معاً .

ج- الفحص العيني المتعدد : في حالة عدم التوصل لإتخاذ قرار بإتباع الفحص العيني الثنائي تتحتم

ضرورة سحب عينة ثالثة أو عدد من العينات . ويعتمد هذا العدد على كلفة الفحص ودرجة

الدقة المطلوبة وطبيعة العمليات التصنيعية ومستوى مهارة المنفذين لها . والشكل ادناه

يوضح هذه الحالة بإفتراض إن :

d_{11} يمثل أقل عدد من الوحدات المعابة المسموح بها في العينة الأولى .

d_{12} يمثل أكبر عدد من الوحدات المعابة المسموح بها في العينة الأولى .

d_{21} يمثل أقل عدد من الوحدات المعابة المسموح بها في العينتين معاً .

d_{22} يمثل أكبر عدد من الوحدات المعابة المسموح بها في العينتين معاً .

:

:

d_r يمثل عدد الوحدات المعابة المسموح بها في كل العينات r .

توزيع ثنائي الحدين *Binomial distribution* : إذا سحبت عينة عشوائية بحجم n من الوحدات الإنتاجية وبافتراض إن نسبة الوحدات المعابة في الإنتاج هو p ، فإن احتمال الحصول على x من الوحدات المعابة في العينة المسحوبة حسب توزيع ثنائي الحدين سيكون :

$$P(x) = C_x^n \cdot p^x (1-p)^{n-x}, \quad x = 0, 1, 2, \dots, n$$

$$\text{Where : } C_x^n = \frac{n!}{x! \cdot (n-x)!}, \quad n! = n(n-1)(n-2) \dots 2.1$$

مثال 4 : في مصنع لإنتاج المصابيح تنص خطة فحص الإنتاج على سحب عينة بحجم م 10 مفردات بطريقة عشوائية خلال كل ساعة من ساعات وجبة العمل . وإزاء ذلك إذا لم يظهر في العينة إي مصباح معاب فعندئذٍ تقبل الدفعة ، أما إذا ظهر فيها أكثر من مصباحين معابين فإنه يجب رفض هذه الدفعة وضرورة إخضاع الإنتاج للفحص الشامل . وفي حالة ظهور مصباح واحد أو اثنين معابين يجب عند ذلك سحب عينة بحجم 20 مفردة وخلال ذلك إذا وجد في العينة مصباحين أو أقل تقبل الدفعة إلا إنه إذا ظهر خلاف ذلك أي أكثر من مصباحين معابين فعندئذٍ ينبغي رفض الدفعة وإخضاع الإنتاج للفحص الشامل .

أوجد معادلة احتمال قبول الدفعة بدلالة نسبة المعاب بين 0.01 و 0.03 ومعرفة احتمال مخاطرة المنتج عند نسبة معاب 0.025 وكذلك احتمال مخاطرة المستهلك عند نسبة معاب 0.20.

الحل: يمكن توضيح المسألة أعلاه بالمخطط التالي :

احتمال قبول أي من الدفتين $P =$ احتمال عدم ظهور مصباح معاب في العينة الأولى + احتمال ظهور مصباح معاب في العينة الأولى وعدم ظهور مصباح معاب في العينة الثانية + احتمال ظهور مصباح معاب في العينة الأولى ومصباح معاب واحد في العينة الثانية + احتمال ظهور مصباحين معابين في العينة الأولى وعدم ظهور مصباح معاب في العينة الثانية .

$$P = P_1(0) + P_1(1) \cdot P_2(0) + P_1(1) \cdot P_2(1) + P_1(2) \cdot P_2(0)$$

باعتبار إن $P_1(x)$ يمثل احتمال ظهور x من المصابيح المعابة في العينة الأولى .

$P_2(x)$ يمثل احتمال ظهور x من المصابيح المعابة في العينة الثانية .

لذا فإن :

$$P_1(x) = C_x^{10} p^x (1-p)^{10-x}, \quad x = 0, 1, 2, \dots, 10$$

$$P_1(0) = C_0^{10} p^0 (1-p)^{10-0} = (1-p)^{10}$$

$$P_1(1) = C_1^{10} p^1 (1-p)^{10-1} = 10p(1-p)^9$$

$$P_1(2) = C_2^{10} p^2 (1-p)^{10-2} = 45p^2(1-p)^8$$

$$P_2(x) = C_x^{20} p^x (1-p)^{20-x}, \quad x = 0, 1, 2, \dots, 20$$

$$P_2(0) = C_0^{20} p^0 (1-p)^{20-0} = (1-p)^{20}$$

$$P_2(1) = C_1^{20} p^1 (1-p)^{20-1} = 20p(1-p)^{19}$$

$$P(p) = (1-p)^{10} + 10p(1-p)^9(1-p)^{20} + 10p(1-p)^9 \cdot 20p(1-p)^{19} + 45p^2(1-p)^8(1-p)^{20}$$

$$P(p) = (1-p)^{10} [1 + 10p(1-p)^{18}(1 + 23.5p)]$$

وعند تعويض قيم مختلفة فيما يخص نسب المعاب p في المعادلة أعلاه نحصل على الجدول :

p	0.01	0.03	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
P	0.998	0.955	0.857	0.524	0.269	0.129	0.062	0.029

لذا فإحتمال مخاطرة المنتج بنسبة معاب 0.025 تكون :

$$1 - P(0.025) = 1 - (1 - 0.025)^{10} \{1 + 10 * 0.025 * (1 - 0.025)^{18} (1 + 23.5 * 0.025)\} = 0.03$$

أي إحتمال مخاطرة المنتج هو 3% .

أما إحتمال مخاطرة المستهلك بنسبة معاب 0.20 من الجدول أعلاه تكون 12.9% .

تمارين الفصل العاشر

- 1- سحبت عينة عشوائية يومياً تتكون من 50 دائرة كهربائية تستخدم لصناعة إحدى الأجهزة الأليكترونية ولمدة 20 يوماً ، وبعد فحصها كانت عدد الدوائر المعيبة لكل يوم كالاتي :
- 1 ، 2 ، 3 ، 1 ، 3 ، 2 ، 9 ، 3 ، 5 ، 3 ، 2 ، 5 ، 2 ، 2 ، 1 ، 3 ، 2 ، 1 ، 4
- أوجد حدي السيطرة النوعية لنسبة الوحدات المعيبة .
(ans. 0 , 0.1533)

- 2- سحبت 10 عينات عشوائية من مصنع لتعبئة الأسماك البحرية وكل عينة تحتوي على 5 علب ، كانت أوزانها (باوند) كالاتي :

n	measurements				
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
1	1.04	1.01	0.98	1.02	1.00
2	1.02	0.97	0.96	1.01	1.02
3	1.01	1.07	0.99	1.03	1.00
4	0.98	0.97	1.02	0.98	0.98
5	0.99	1.03	0.98	1.02	1.01
6	1.02	0.95	1.04	1.02	0.95
7	1.00	0.99	1.01	1.02	1.01
8	0.99	1.02	1.00	1.04	1.09
9	1.03	1.04	0.99	1.02	0.94
10	1.02	0.98	1.00	0.99	1.02

أوجد حدي السيطرة النوعية : (أ) للوسط الحسابي و (ب) للمدى .

(ans. a) 0.9679 , 1.0429 , b) 0 , 0.137)

- 3- كون مخطط سيطرة نوعية مناسب للعملية الإنتاجية المتمثلة بالبيانات التالية التي جمعت خلال شهر معين :

Date	Sample size	No. of defectives	Date	Sample size	No. of defectives
1	200	3	12	200	3
2	200	1	13	200	6
3	200	0	14	200	8
4	200	2	15	200	5
5	200	4	16	200	9
6	200	1	17	200	3
7	200	2	18	200	1
8	200	0	19	200	0
9	200	3	20	200	2
10	200	2	21	200	3
11	200	1	22	200	1

(ans. 0 , 0.0332)

4- أوجد مخطط السيطرة النوعية للإحراف المعياري للبيانات التالية :

N	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆
1	0.498	0.492	0.510	0.505	0.504	0.487
2	0.482	0.491	0.502	0.481	0.496	0.492
3	0.501	0.512	0.503	0.499	0.498	0.511
4	0.498	0.486	0.502	0.503	0.510	0.501
5	0.500	0.507	0.509	0.498	0.512	0.518
6	0.476	0.492	0.496	0.521	0.505	0.490
7	0.483	0.487	0.495	0.488	0.502	0.486
8	0.502	0.500	0.511	0.496	0.500	0.503
9	0.492	0.504	0.472	0.515	0.498	0.487
10	0.511	0.522	0.513	0.518	0.520	0.516
11	0.488	0.512	0.501	0.498	0.492	0.498
12	0.504	0.502	0.496	0.501	0.491	0.496
13	0.501	0.413	0.499	0.496	0.508	0.502
14	0.489	0.491	0.496	0.510	0.508	0.503
15	0.511	0.499	0.508	0.503	0.496	0.505

(ans. 0.0002 , 0.0158)

5- تم سحب 25 عينة ، حجم كل منها 4 مفردات للسيطرة على خاصية نوعية منتج صناعي . وجد

الفاحص إن مجموع قيم الأوساط الحسابية $\sum \bar{X}_i = 160.25$ ومجموع قيم المديات

$\sum R_i = 2.19$ ومجموع قيم الإحرافات المعيارية $\sum \sigma_i = 2.05$. عند أخذ عينة واحدة كانت

نتائج قياس الخاصية النوعية لها (ب بالمليمتر) الآتي : 6.58 ، 6.28 ، 6.44 و 6.38 ،

المطلوب : هل إن العينة تقع ضمن حدود السيطرة النوعية :

(أ) للوسط الحسابي ، (ب) للمدى و (ج) للإحراف المعياري .

(ans. a) yes , b) no , c) yes)