نظرية القرارات

(Decision Theory)

- **قرار في حالة التأكد**

توفر المعلومات الكاملة (Perfect information) بشكل حتمي في اتخاذ القرار

  - البرامج الخطية
  - مشاكل النقل
  - مشاكل التخصيص
  - مشاكل الشبكات

القرار : إنتاج x_1 و x_2

العائد $= c_1x_1 + c_2x_2$

الاستهلاك من مورد $a_1x_1 + a_2x_2 = 1$

الاستهلاك من مورد $b_1x_1 + b_2x_2 = 2$

- **قرار في حالة المخاطرة (Decision under Risk)**
  - ظروف القرار معلومة بشكل محدد
  - توفر جزء من المعلومات عن ظروف القرار
  - المعلومات المتوفرة مصاغة بصورة دوال احتمالية

مثال :

القرار : إنتاج x_1 و x_2

العائد $= c_1x_1 + c_2x_2$ باحتمال 0.75 إذا كان الطلب عالي

$= d_1x_1 + d_2x_2$ باحتمال 0.25 إذا كان الطلب منخفض

الاستهلاك من مورد $a_1x_1 + a_2x_2 = 1$

الاستهلاك من مورد $b_1x_1 + b_2x_2 = 2$

- **قرار في حالة عدم التأكد (Decision under Uncertainty)**
  - ظروف القرار معلومة بشكل محدد
  - عدم توفر معلومات كافية عن ظروف بالقرار
  - تقييم الظروف غير معلوم (الدالة الاحتمالية مجهولة)

مثال :

القرار : إنتاج x_1 و x_2

العائد $= c_1x_1 + c_2x_2$ إذا كان الطلب عالي

$= d_1x_1 + d_2x_2$ إذا كان الطلب منخفض

الاستهلاك من مورد $a_1x_1 + a_2x_2 = 1$

الاستهلاك من مورد $b_1x_1 + b_2x_2 = 2$

- **تعريف**

حالات الطبيعة (State of Nature) هي الظروف غير القابلة للتحكم والتي قد تطرأ على القرار وتؤثر في عائد القرار

مثال : حالة الطلب على منتج : عالي - متوسط – منخفظ
حالة الاقتصاد المحلي : ركود - تضخم – كساد

- **تعريف**

البدائل (Alternatives) هي القرارات المتاحة لمتخذ القرار في أي حالة من حالات الطبيعة

- **تعريف**

عائد القرار (Decision Reward) هي القيمة المقترنة بالقرار تحت أي حالة من حالات الطبيعة (تمثل أرباح أو تكاليف)

- **مصفوفة العوائد**

لتكن حالات الطبيعة لقرار ما هي : $S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n$

لتكن البدائل المتاحة للقرار ما هي : $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_m$

وليكن عائد البديل (i) في حالة الطبيعة (j) = r_{ij}

- **مصفوفة العوائد**

فإن مصفوفة العوائد لهذا القرار هي كالتالي :

	S_1	S_2	. . .	S_n
A_1	r_{11}	r_{12}	...	r_{1n}
A_2	r_{21}	r_{22}	...	r_{2n}
⋮			...	
A_m	r_{m1}	r_{m2}	...	r_{mn}

مثال: ترغب شركة باستثمار مبلغ من المال خلال عام. ولدى الشركة ثلاث فرص استثمارية : شركة بيع أثاث ، أو شراء أسهم ، أو تسويق سيارات . وقد دلت الدراسات الإحصائية على أن الوضع الاقتصادي في البلد قد يكون إما في حالة نمو بنسبة 50% أو في حالة ركود بنسبة 30% أو في حالة تضخم بنسبة 20% . ومن خلال استقراء الشركة لحالات الاقتصاد تتوقع أن تكون نسبة الأرباح من كل نشاط كالتالي :

حالة النمو: بيع أثاث = 12 % أسهم = 25 % تسويق سيارات = 16.8 %

حالة الركود : بيع أثاث = 8 % أسهم = 10 % تسويق سيارات = 8.5 %

حالة التضخم: بيع أثاث = 7 % أسهم = -2 % تسويق سيارات = 6.5 %

كون مصفوفة العوائد لهذا القرار.

	S_1: نمو	S_2 : ركود	S_3 : تضخم
	$P\{S_1\}=0.5$	$P\{S_2\}=0.3$	$P\{S_3\}=0.2$
A_1: أثاث	12	8	7
A_2 : الأسهم	25	10	-2
A_3 : سيارات	16.5	8.5	6.5

- **معايير اتخاذ القرار في حالة المخاطرة (Decision under Risk)**

الدالة الاحتمالية لحالات الطبيعة :

$$P\{S_1\}=p_1\ ,\ P\{S_2\}=p_2\ ,\ P\{S_3\}=p_3\ ,\ \ldots,\ P\{S_n\}=p_n$$

حيث

$$p_1+p_2+p_3\ ,\ \ldots+p_n=1$$

1. معيار القيمة المتوقعة للعوائد
2. معيار القيمة المتوقعة لخسارة الفرص
3. معيار الحالة الأكثر وقوعا

- **معايير اتخاذ القرار في حالة المخاطرة (Decision Under Risk)**

1. معيار القيمة المتوقعة للعوائد

الدالة الاحتمالية لحالات الطبيعة :

$$P\{S_1\} = p_1 \ , \ P\{S_2\} = p_2 \ , \ P\{S_3\} = p_3 \ , \ \ldots, \ P\{S_n\} = p_n$$

حيث

$$p_1 + p_2 + p_3 \ , \ldots + p_n = 1$$

تقييم البديل A_i على أساس معيار القيمة المتوقعة هو $E[A_i]$ ويعرف:

$$\mathbf{E[A_i] = p_1 r_{i1} + p_2 r_{i2} + p_3 r_{i3} + \ldots \ p_n r_{in}}$$

$$\mathbf{i = 1, 2, \ldots, m}$$

- **معايير اتخاذ القرار في حالة المخاطرة (Decision Under Risk)**

1. معيار القيمة المتوقعة للعوائد

البديل الأمثل على أساس معيار القيمة المتوقعة هو :

<u>الأرباح :</u> البديل الأمثل هو $\mathbf{A^*}$ ذو $\mathbf{E^*}$ حيث

$$E^* = \max \ \{ E[A_1] \ , E[A_2] \ , \ \ldots, \ E[A_n] \ \}$$

<u>التكاليف :</u> البديل الأمثل هو $\mathbf{A^*}$ ذو $\mathbf{E^*}$ حيث

$$E^* = \min \ \{ E[A_1] \ , E[A_2] \ , \ \ldots, \ E[A_n] \ \}$$

- **مثال**

مصفوفة العوائد التالية تمثل نسبة الأرباح من كل استثمار :

	S_1: نمو	S_2 : ركود	S_3 : تضخم
	$P\{S_1\} = 0.5$	$P\{S_2\} = 0.3$	$P\{S_3\} = 0.2$
A_1: أثاث	12	8	7
A_2 : الأسهم	25	10	-2
A_3 : سيارات	16.5	8.5	6.5

تقييم البدائل بمعيار القيمة المتوقعة :

$$E[A_1] = 0.5(12) + 0.3(8) + 0.2\ (7) = 9.8\ \%$$
$$E[A_2] = 0.5(25) + 0.3(10) + 0.2(-2) = 15.1\ \%$$
$$E[A_3] = 0.5(16.5) + 0.3(8.5) + 0.2(6.5) = 12.1\ \%$$

$$E^* = \max\ \{9.8\%\ ,\ 15.1\%\ ,\ 12.1\%\ \} = 15.1\%$$
$$A^* = A_2$$

2. معيار القيمة المتوقعة لخسارة الفرص

خسارة الفرصة : هو مقدار ما يخسره متخذ القرار من العائد الأمثل إذا حدثت حالة طبيعة j علما بأن قراره هو البديل A_i .

مثال :قررت الشركة البديل A_i و وقعت حالة الطبيعة S_j فكان العائد هو 30 ريال بينما أفضل عائد في حال وقوع S_j هو 50 ريال إذن الشركة بقرارها خسرت 30-50 = 20 ريال بقرارها هذا

جدول خسارة الفرص هو جدول بنفس حجم مصفوفة العوائد و عناصر معرفة هي

<u>مصفوفة الأرباح :</u> $L_{ij} = \max\{r_{ij}:\ in\ S_j\} - r_{ij}$

<u>مصفوفة التكاليف :</u> $L_{ij} = r_{ij} - \min\{r_{ij}:\ in\ S_j\}$

حيث $P\{S_1\} = p_1\ ,\ P\{S_2\} = p_2\ ,\ P\{S_3\} = p_3\ ,\ \ldots,\ P\{S_n\} = p_n$

$$p_1 + p_2 + p_3\ ,\ \ldots + p_n = 1$$

تقييم البديل A_i على أساس معيار القيمة المتوقعة لخسارة الفرص هو $EL[A_i]$ ويعرف:

$$\mathbf{EL[A_i] = p_1L_{i1} + p_2L_{i2} + p_3L_{i3} + \ldots\ p_nL_{in}}$$
$$\mathbf{i = 1, 2, \ldots, m}$$

1. معيار القيمة المتوقعة لخسارة الفرص

البديل الأمثل على أساس معيار القيمة المتوقعة لخسارة الفرص هو :

في مصفوفة الأرباح أو التكاليف : البديل الأمثل هو **A^*** ذو **EL^*** حيث

$$EL^* = \min \{ EL[A_1] , EL[A_2] , \ldots, EL[A_n] \}$$

- **مثال**

مصفوفة العوائد التالية تمثل نسبة الأرباح من كل استثمار :

	S_1: نمو	S_2 : ركود	S_3 : تضخم
	$P\{S_1\} = 0.5$	$P\{S_2\} = 0.3$	$P\{S_3\} = 0.2$
A_1: أثاث	12	8	7
A_2 : الأسهم	25	10	-2
A_3 : سيارات	16.5	8.5	6.5

مصفوفة خسارة الفرص العوائد :

	S_1: نمو	S_2 : ركود	S_3 : تضخم
	$P\{S_1\} = 0.5$	$P\{S_2\} = 0.3$	$P\{S_3\} = 0.2$
A_1: أثاث	$25 - 12 = 13$	$10 - 8 = 2$	$7 - 7 = 0$
A_2 : الأسهم	$25 - 25 = 0$	$10 - 10 = 0$	$7 - (-2) = 9$
A_3 : سيارات	$25 - 16.5 = 8.5$	$10 - 8.5 = 1.5$	$7 - 6.5 = 0.5$

تقييم البدائل بمعيار القيمة المتوقعة لخسارة الفرص :

$$EL[A_1] = 0.5(13) + 0.3(2) + 0.2\ (0) = 7.1\ \%$$
$$EL[A_2] = 0.5(0) + 0.3(0) + 0.2(9) = 1.8\ \%$$
$$EL[A_3] = 0.5(8.5) + 0.3(1.5) + 0.2(0.5) = 4.8\ \%$$

$$EL^* = \min\{7.1\% \ , \ 1.8\% \ , \ 4.1\% \ \} = 1.8\%$$
$$A^* = A_2$$

3. معيار حالة الطبيعة الأكثر وقوعا

الدالة الاحتمالية لحالات الطبيعة :

$$P\{S_1\} = p_1 \ , P\{S_2\} = p_2 \ , P\{S_3\} = p_3 \ , \ldots, P\{S_n\} = p_n$$

حيث

$$p_1 + p_2 + p_3 \ , \ldots + p_n = 1$$

الحالة (الحالات) الأكثر وقوعا هي j^* ذات الاحتمال P^* حيث

$$\mathbf{P^* = \max\ \{ p_1 , p_2 , p_3 , \ldots , p_n\}}$$

تقييم البديل A_i على أساس معيار حالة الطبيعة الأكثر وقوعا j^* هو $ML[A_i]$ ويعرف:

$j^* = 1$ state : $\quad ML[A_i] = r_{ij^*} \qquad i = 1, 2, \ldots, m$

$j^* = 2$ states : $\quad ML[A_i] = (r_{ij1^*} + r_{ij2^*})/2 \qquad i = 1, 2, \ldots, m$

$j^* = 3$ states : $\quad ML[A_i] = (r_{ij1^*} + r_{ij2^*} + r_{ij3^*})/3 \qquad i = 1, 2, \ldots, m$

البديل الأمثل على أساس معيار حالة الطبيعة الأكثر وقوعا هو :

الأرباح : البديل الأمثل هو A^* ذو ML^* حيث

$$ML^* = \max \{ ML[A_1] , ML[A_2] , \ldots, ML[A_n] \}$$

التكاليف : البديل الأمثل هو A^* ذو ML^* حيث

$$ML^* = \min \{ ML[A_1] , ML[A_2] , \ldots, ML[A_n] \}$$

- **مثال**

مصفوفة العوائد التالية تمثل نسبة الأرباح من كل استثمار :

	S_1: نمو	S_2 : ركود	S_3 : تضخم
	$P\{S_1\} = 0.5$	$P\{S_2\} = 0.3$	$P\{S_3\} = 0.2$
A_1: أثاث	12	8	7
A_2 : الأسهم	25	10	-2
A_3 : سيارات	16.5	8.5	6.5

- **مثال**

تقييم البدائل بمعيار الحالة الأكثر وقوعا :

$$P^* = \max\{0.5 , 0.3 , 0.2\} = 0.5 \Rightarrow j^* = 1 \Rightarrow S_1$$

$$ML[A_1] = 12 \%$$

$$ML[A_2] = 25 \%$$

$$ML[A_3] = 16.5 \%$$

$$ML^* = \max \{12 \% , 25 \% , 16.5 \% \} = 25 \%$$

$$A^* = A_2$$

لتكن احتمالات حالات الطبيعة هي

$$P\{S_1\} = 0.4 \; , \; P\{S_2\} = 0.4 \; , \; P\{S_3\} = 0.2$$

ومصفوفة العوائد هي :

	S_1: نمو	S_2 : ركود	S_3 : تضخم
	$P\{S_1\} = 0.4$	$P\{S_2\} = 0.4$	$P\{S_3\} = 0.2$
A_1: أثاث	12	8	7
A_2 : الأسهم	25	10	-2
A_3 : سيارات	16.5	8.5	6.5

18

تقييم البدائل بمعيار الحالة الأكثر وقوعا :

$$P^* = \max\{0.4 \; , \; 0.4 \; , \; 0.2\} = 0.4 \Rightarrow j^* = 1,2 \Rightarrow S_1, S_2$$

$$ML[A_1] = (12+8)/2 = 10 \;\%$$

$$ML[A_2] = (25+10)/2 = 17.5 \;\%$$

$$ML[A_3] = (16.5+8.5)/2 = 12.5 \;\%$$

$$ML^* = \max \{10 \;\% \; , \; 17.5 \;\% \; , \; 12.5 \;\% \} = 17.5 \;\%$$

$$A^* = A_2$$

افترض مصفوفة التكاليف التالية أوجد البديل الأمثل لجميع المعايير الممكنة .

	S_1	S_2	S_3	S_4
	$p_1 = 0.3$	$p_2 = 0.1$	$p_3 = 0.4$	$p_4 = 0.2$
A_1	8	9	5	12
A_2	10	12	6	12
A_3	17	5	8	15

معيار القيمة المتوقعة:

	S_1	S_2	S_3	S_4	$E[A_i]$
	$p_1 = 0.3$	$p_2 = 0.1$	$p_3 = 0.4$	$p_4 = 0.2$	
A_1	8	9	5	12	**7.7**
A_2	10	12	6	12	**9**
A_3	17	5	8	15	**11.8**

$E^* = \min\{7.7 , 9 , 11.8\} = 7.7 \Rightarrow A^* = A_1$

معيار القيمة المتوقعة لخسارة الفرص:

	S_1	S_2	S_3	S_4	$EL[A_i]$
	$p_1 = 0.3$	$p_2 = 0.1$	$p_3 = 0.4$	$p_4 = 0.2$	
A_1	$8 - 8 = 0$	$9 - 5 = 4$	$5 - 5 = 0$	$12 - 12 = 0$	**0.4**
A_2	$10 - 8 = 2$	$12 - 5 = 7$	$6 - 5 = 1$	$12 - 12 = 0$	**1.7**
A_3	$17 - 8 = 9$	$5 - 5 = 0$	$8 - 5 = 3$	$15 - 12 = 3$	**4.5**

$EL^* = \min\{0.4 , 1.7 , 4.5\} = 0.4 \Rightarrow A^* = A_1$

معيار الحالة الأكثر وقوعا :

$P^* = \max\{0.3 , 0.1 , 0.4 , 0.2\} = 0.4 \Rightarrow j^* = 3 \Rightarrow S_3$

	S_1	S_2	S_3	S_4	$ML[A_i]$
	$p_1 = 0.3$	$p_2 = 0.1$	$p_3 = 0.4$	$p_4 = 0.2$	
A_1	8	9	5	12	**5**
A_2	10	12	6	12	**6**
A_3	17	5	8	15	**8**

$ML^* = \min\{5 , 6 , 8\} = 5 \Rightarrow A^* = A_1$

23

(Decision Theory)

- **معايير اتخاذ القرار في حالة عدم التأكد (Uncertainity)**

حالات الطبيعة للقرار :

$S_1 , S_2 , S_3 , \dots, S_n$

احتمالات الوقوع :

$P\{S_1\} = ?? , P\{S_2\} = ?? , P\{S_3\} = ?? , \dots, P\{S_n\} = ??$

1. معيار لابلاس (Lapalace Criterion)
2. معيار التشاؤم (Pessimist Criterion)
3. معيار التفاؤل (Optimist Criterion)
4. معيار هورويز (Hurwiz Criterion)
5. معيار سافيج (Savage Criterion)

- **معايير اتخاذ القرار في حالة عدم التأكد (Uncertainity)**

1. معيار لابلاس (Lapalace Criterion)

جميع حالات الطبيعة متساوية في فرص الوقوع

$P\{S_1\} = P\{S_2\} = P\{S_3\} = \dots = P\{S_n\} = 1/n$

تقييم البديل A_i هو

$$\mathbf{LE[A_i] = 1/n(r_{i1} + r_{i2} + r_{i3} + \dots + r_{in})}$$

$$\mathbf{i = 1, 2, \dots, m}$$

- **معايير اتخاذ القرار في حالة عدم التأكد (Uncertainity)**

1. معيار لابلاس (Lapalace Criterion)

البديل الأمثل على أساس معيار لابلاس :

<u>الأرباح :</u> البديل الأمثل هو **A^*** ذو **LE^*** حيث

$LE^* = \max \; \{ LE[A_1] , LE[A_2] , \dots, LE[A_n] \}$

<u>التكاليف :</u> البديل الأمثل هو **A^*** ذو **LE^*** حيث

$LE^* = \min \; \{ LE[A_1] , LE[A_2] , \dots, LE[A_n] \}$

- **مثال**

يرغب مدير شركة باختيار برنامج للإعلان بين ثلاثة برامج متوفرة A_3 , A_2 , A_1 وتوجد ثلاث حالات للسوق : ارتفاع في الأسعار ، أو إنخفاض ، أو ثبات ولم يتمكن المدير من الحصول على البيانات اللازمة لمعرفة فرص الحدوث لكل حالة ولكن تمكن من تقدير الأرباح المتوقعة من كل برنامج في الجدول التالي ، فما هو البديل المناسب للإعلان؟

	S_1: ارتفاع	S_2 : انخفاض	S_3 : ثبات
A_1	3	6	-1
A_2	8	5	4
A_3	-4	7	12

- **معايير اتخاذ القرار في حالة عدم التأكد (Uncertainity)**

2. معيار التشاؤم (Pissimist Criterion)

أسوأ العوائد هو الذي سيتحقق لكل بديل

تقييم البديل A_i هو

$$PV[A_i] = \min(r_{i1} , r_{i2} , r_{i3} , \dots , r_{in})$$
$$i = 1, 2, \dots, m$$

- **معايير اتخاذ القرار في حالة عدم التأكد (Uncertainity)**

2. معيار التشاؤم (Pissimist Criterion)

البديل الأمثل على أساس معيار التشاؤم :

<u>الأرباح :</u> البديل الأمثل هو A^* ذو PV^* حيث

$$PV^* = \max \ \{ PV[A_1] , PV[A_2] , \dots, PV[A_n] \}$$

<u>التكاليف :</u> البديل الأمثل هو A^* ذو LE^* حيث

$$PV^* = \min \ \{ PV[A_1] , PV[A_2] , \dots, PV[A_n] \}$$

- **مثال**

في جدول الأرباح التالي ، ما هو البديل المناسب بمعيار التشاؤم ؟

	S_1: ارتفاع	S_2 : انخفاض	S_3 : ثبات
A_1	3	6	-1
A_2	8	5	4
A_3	- 4	7	12

$PV[A_1] = \min\{ 3 , 6 , -1\} = -1$
$PV[A_2] = \min\{ 8 , 5 , 4 \} = 4$
$PV[A_3] = \min\{ -4 , 7 , 12 \} = -4$
$PV^* = \max \{ -1 , 4 , -4 \} = 4 \Rightarrow A^* = A_2$

- **معايير اتخاذ القرار في حالة عدم التأكد (Uncertainity)**

3. معيار التفاؤل (Optimist Criterion)

أفضل العوائد هو الذي سيتحقق لكل بديل

تقييم البديل A_i هو

$$OV[A_i] = \max(r_{i1} , r_{i2} , r_{i3} , \dots , r_{in})$$
$$i = 1, 2, \dots, m$$

- **معايير اتخاذ القرار في حالة عدم التأكد (Uncertainity)**

3. معيار التفاؤل (Optimist Criterion)

البديل الأمثل على أساس معيار التفاؤل :

<u>الأرباح :</u> البديل الأمثل هو A^* ذو OV^* حيث

$$OV^* = \max \{ OV[A_1] , OV[A_2] , \dots, OV[A_n] \}$$

<u>التكاليف :</u> البديل الأمثل هو A^* ذو OE^* حيث

$$OV^* = \min \{ OV[A_1] , OV[A_2] , \dots, OV[A_n] \}$$

- **مثال**

في جدول الأرباح التالي ، ما هو البديل المناسب بمعيار التفاؤل ؟

	S_1: ارتفاع	S_2 : انخفاض	S_3 : ثبات
A_1	3	6	-1
A_2	8	5	4
A_3	-4	7	12

$OV[A_1] = \max\{3,6,-1\} = 6$
$OV[A_2] = \max\{8,5,4\} = 8$
$OV[A_3] = \max\{-4,7,12\} = 12$
$OV^* = \max\ \{6\ ,\ 8\ ,\ 12\} = 12 \quad \Rightarrow \quad A^* = A_3$

- **معايير اتخاذ القرار في حالة عدم التأكد (Uncertainity)**

4. معيار هورويز (Hurwiz Criterion)

– معيار متوسط بين التشاؤم و التفاؤل
– يعتمد على نسبة التفاؤل α عند متخذ القرار $(0 \le \alpha \le 1)$

تقييم البديل A_i هو

$HV[A_i] = \alpha$ [A_1 أفضل عائد لـ] + $(1- \alpha)$ [A_1 أسوأ عائد لـ]

$$HV[A_i] = \alpha\ [\max(r_{i1},r_{i2},\ \dots\ ,r_{in})] + (1- \alpha)\ [\min(r_{i1},r_{i2},\ \dots\ ,r_{in})]$$
$$i = 1, 2, \dots, m$$

- **معايير اتخاذ القرار في حالة عدم التأكد (Uncertainity)**

4. معيار هورويز (Hurwiz Criterion)

البديل الأمثل على أساس معيار التفاؤل :

<u>الأرباح</u> : البديل الأمثل هو **A^*** ذو **HV^*** حيث

$$HV^* = \max\ \{ HV[A_1]\ , HV[A_2]\ , \dots, HV[A_n]\ \}$$

<u>التكاليف</u> : البديل الأمثل هو **A^*** ذو **HE^*** حيث

$$HV^* = \min\ \{ HV[A_1]\ , HV[A_2]\ , \dots, HV[A_n]\ \}$$

- **مثال**

في جدول الأرباح التالي ، ما هو البديل المناسب بمعيار هورويز بتفاؤل 55%؟

	S_1: ارتفاع	S_2 : انخفاض	S_3 : ثبات
A_1	3	6	-1
A_2	8	5	4
A_3	-4	7	12

$HV[A_1] = 0.55\ (6) + 0.45\ (-1) = 2.85$
$HV[A_2] = 0.55\ (8) + 0.45(4) = 6.2$
$HV[A_3] = 0.55\ (12) + 0.45(-4) = 4.8$
$HV^* = \max\ \{2.85\ ,\ 6.2\ ,\ 4.8\} = 6.2 \quad \Rightarrow \quad A^* = A_2$

ما مدى التفاؤل الذي يجعل البديل A_2 هو البديل الأمثل؟

$$\alpha = ??$$
$$0 \le \alpha \le 1$$

$HV[A_1] = \alpha\ (6) + (1-\alpha)\ (-1) = 7\ \alpha - 1$
$HV[A_2] = \alpha\ (8) + (1-\alpha)\ (4) = 4\ \alpha + 4$
$HV[A_3] = \alpha\ (12) + (1-\alpha)\ (-4) = 16\ \alpha - 4$

$A^* = A_2$
$\Rightarrow \quad HV[A_1] < HV[A_2] \Rightarrow 7\ \alpha - 1 < 4\ \alpha + 4 \Rightarrow 3\ \alpha < 5 \Rightarrow \alpha < 1.67$
and $HV[A_3] < HV[A_2] \Rightarrow 16\ \alpha - 4 < 4\ \alpha + 4 \Rightarrow 12\alpha < 8 \Rightarrow \alpha < 0.67$

for all $\quad 0 \le \alpha < 0.67 \quad \Rightarrow \quad A^* = A_2$

14

5. معيار سافيج (Savage Criterion) – معيار الندم

– تكوين جدول خسارة الفرص
– تطبيق معيار التشاؤم على خسارة الفرص

تقييم البديل A_i هو

$$SV[A_i] = \max(L_{i1}\ ,\ L_{i2}\ ,\ L_{i3}\ ,\ \ldots\ ,\ L_{in})$$
$$i = 1, 2, \ldots, m$$

البديل الأمثل هو A^*الذي يحقق SV^*

$$SV^* = \min\ \{\ SV[A_1]\ ,\ SV[A_1]\ ,\ \ldots\ ,\ SV[A_1]\ \}$$

- **مثال**

في جدول الأرباح التالي ، ما هو البديل المناسب بمعيار الندم ؟

	S_1: ارتفاع	S_2 : انخفاض	S_3 : ثبات
A_1	3	6	-1
A_2	8	5	4
A_3	-4	7	12

في جدول الأرباح التالي ، ما هو البديل المناسب بمعيار الندم ؟

	S_1: ارتفاع	S_2 : انخفاض	S_3 : ثبات
A_1	$8-3=5$	$7-6=1$	$12-(-1)=13$
A_2	$8-8=0$	$7-5=2$	$12-4=8$
A_3	$8-(-4)=12$	$7-7=0$	$12-12=0$

$$SV[A_1] = \max\{5, 1, 13\} = 13$$
$$SV[A_2] = \max\{0, 2, 8\} = 8$$
$$SV[A_3] = \max\{12, 0, 0\} = 12$$
$$SV^* = \min\{13, 8, 12\} = 8 \quad \Rightarrow \quad A^* = A_2$$

+