المحاضرة 7

الارتباط الذاتي Autocorrelation

1.7 مقدمة.

2.7 الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى AR(1).

3.7 خواص الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى .

4.7 مقدرات م ص ع على النموذج.

5.7 خواص مقدرات م ص ع في وجود الارتباط الذاتي.

6.7 اختبارات الكشـــــف عن الارتباط الذاتي

7.7 ملخص

8.7 تمارين

1.5 مقدمة: الاقتصاد القياسي يعني بالمشاكل الاقتصادية التي تظهر في مجال التطبيق الإحصائي على بيانات اقتصادية. البيانات الاقتصادية لها خصائص مختلفة عن بقية البيانات فبالتالي تطبيق الطرق الاحصائيه تؤدي إلى ظهور مشاكل قد لا تظهر في بيانات أخرى.
يظهر الارتباط الذاتي كأحد المشاكل الناتجة من خرق فرض من الفروض اللازمة لتطبيق المربعات الصغرى العادية على نماذج الانحدار نتيجة لعدم استيفاء الفرض الخاص بالتغاير. $Cov(u_j, u_i) = 0$ حيث إن قيمة التغاير صفر تعني إن u_j, u_i مستقلتان ومعنى الاستقلال يعني إن العشوائي غير مرتبط آي إن ما يحدث في الفترة الزمنية i لا يتأثر بما يحدث في الفترة j في دراسات السلاسل الزمنية وفي الدراسات المقطعية نقول أن ما يحدث للمشاهدة الأولى لا يتأثر بما يحدث للمشاهدة الثانية.
يتم خرق فرض انعدام التغاير دائما في الدراسات التي تعتمد على بيانات تم الحصول عليها من سلاسل زمنية. بما معناه إن الحدث الذي حصل في سنه عينه يتأثر بالحدث في السنة الماضية. يشبه الارتباط الذاتي برمي حجر في الماء حيث تبدأ قواه تتلاشى الموجات تدريجيا لكن تأخذ وقتا ليتم ذلك فكلما قصر الزمن بين المشاهدات وكلما زاد احتمال وجود الارتباط الذاتي. هذا يجعلنا نوجه اهتمام أكثر لوجوده في الفترات التي تضم اشهر أو فصول اكثر من المشاهدات التي تمر على سنوات. أن الفرض إن العلاقات التي تقدر من مشاهدات أخذت على فترات زمنية تضم ارتباط ذاتي شائع جدا حتى إن الارتباط الذاتي يرمز لمتغيراته بحرف t على دلاله على الزمن time اكثر من i التي تستخدم في الحالات العامة من هذا فأننا عندما تتكلم عن الارتباط يستخدم u_t $E(u_t , _1)=0,$ هذا التعبير يشير إلى أن التشتت الذي يحدث في وقت t له علاقة للتشتت الذي يحدث في وقت t-s النتائج المترتبة على الارتباط الذاتي في التقدير يعتمد على طبيعة الارتباط الذاتي نفسه، المتواجد في النموذج. هناك عدة أشكال للارتباط الذاتي:

2.6-الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى AR(1): First Order Autoregressive Scheme :
في حالة أن جميع الفروض موجودة كل عشوائي يمثل عنصر مستقل من مجتمع موزع توزيع طبيعي ذا وسط صفري وتباين σ^2 . عندما يكون الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى فأن العنصر غير مستقل بل يتبع النموذج التالي

$$u_t = \rho u_{t-1} + \nu_t$$

حيث ρ معلمه تقيس درجة الارتباط وقيمتها اقل من 1 و عشوائي موزعه توزيع طبيعي ومستقلة وذات وسط صفري وتباين ثابت = σ^2

$$u_t \sim N(0, \sigma_u^2) \quad \text{for all } t$$

$$E(u_t, u_s) = 0 \quad \text{for all } t$$

$$E(u_t, u_{t-1}) = 0 \quad \text{for all } t$$

إن العلاقة $u_t = \rho u_{t-1} + \nu_t$ تدل على إن التغير جزء من التغير السابق مضافا أليه تأثير يمثل بـ ν_t .

الارتباط هو درجة التغاير بين القيم الحالة والقيم التي قد تقع بعد s من الفترات، إذا كان الارتباط بين العناصر في الفترة s والفترة t-s يعني الارتباط بين العشوائي الحالي والعشوائي القادم مماثل للارتباط بين العشوائي الحالي والعشوائي السابق يكون Symmetric

3.6 خواص الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى)AR: الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى وهو اكثر نموذج يستعمل ويأخذ الشكل التالي:

$$u_t = \rho u_{t-1}$$

حيث u تعتمد على u السابقة، ودرجة الاعتماد تعتمد على المعلمة ρ حيث تقيس درجة الارتباط الذاتي بين العناصر الحالية والعناصر السابقة. وتتراوح قيمته ρ بين $-1 \le \rho \le +1$ إذا كانت $\rho = 1$ معناه أن العشوائي الحالي يساوي العشوائي السابق وإذا كانت $\rho = 1/2$ معناه أن الحدث السابق يؤثر على الحدث الحالي ومقدار التأثير أن الحدث الحالي يساوي 1/2 الحدث السابق آي أن u_t تعتمد على قيمة u_{t-1} حسب قيمة ρ ولكن في العلاقة عادة تكون مصحوبة بمتغير عشوائي يمثل التغيرات العشوائية التي قد تصاحب الحدث. ولذلك نضيف العنصر العشوائي الذي هوν_t وهذا ما يسمى بمشروع الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى ويسمى بالدرجة الأولى لأن تعتمد على u t-1 الدرجة الأولى آتية من 1 .

وتسمى Markov First - order Autoregressive scheme مشروع الانحدار الذاتي من الدرجة الأولى(AR1).

$$u_t = \rho u_{t-1} + \nu_t \qquad \nu_t \sim N(0, \sigma_u^2)$$

1 - E(u)=0

2- تباين u^2 يساوي $Var(u_t) = \sigma_u^2$

إذا كانت البيانات ربع سنوية مثلا نقول $u_t = \rho u_{t-4} + u_t$ وفي هذه الحالة يكون ارتباط من الدرجة الرابعة.

إذا كانت ρ =صفر معناه إن u_t مستقلة عن u_{t-1}

لدينا عشوائيين u_t التي تؤثر على نموذج الانحدار الأصلي وثم u_t التي تؤثر على نفسها، فيما يختص بـ u_t التي تؤثر على النموذج الأصلي تعاني من مشكلة وجود الارتباط الذاتي فيها لان قيمتها تتحدد حسب القيم السابقة: $Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i$ آي أن ترتبط ذاتيا مع القيم السابقة $u_t = \rho u_{t-1} + \nu_t$ و $u_t \sim N(0, \sigma_u^2)$ والتغاير بين υ_t و υ_{t-s} آي آن υ_t يستوفي كل الفروض اللازمة لتطبيق م ص ع عليه ويمكن كتابة نموذج الانحدار الذاتي من الدرجة الأولى على النحو أعلاه. ويسمى في هذه الحالة Pure White Noise.

4.6 تطبيق مقدرات م ص ع على النموذج: لكي يتم تطبيق م ص ع يجب إن يستوفي النموذج $Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i$ فروض م ص ع : الوسط الصفري للعشوائي وثبات التباين و التغاير الصفري.

$$u_t \sim N(0, \sigma_u^2) \quad \text{for all } t$$
$$E(u_t, u_s) = 0 \quad \text{for all } t$$

$$u_t = \rho u_{t-1} + \nu_t$$

ونعوض بقيم $\rho u_{t-1} = (\rho u_{t-2} + \nu_{t-1})$ و $\rho u_{t-2} = (\rho u_{t-3} + \nu_{t-2})$ وهكذا حتى نتحصل على العلاقة التالية: $u = \rho^3 u_{t-3} + \rho^2 u_{t-2} + \rho u_{t-1} + \nu_t$

وإذا استمر إضافة القيم المتباطئة لـ ε_t حتى يتلاشى تأثير القيم السابق حيث تصبح ρ^s =0 والفترة=s نستطيع كتابة العلاقة كما يلي

$$u_t = \sum_{s=0}^{\infty} \rho^s u_{t-s}$$

وفي النهاية نتحصل على قيم يظهر فيها العشوائي الذي يستوفي جميع فروض م ص ع ويسمى وسط متحرك لـ u_t (MA) Moving Average Representation حيث يتضمن قيم المتباطئة حتى يتلاشى أي أن تأثيرات المتغيرات العشوائية سوف يتلاشى تدريجيا.

الوسط: ندخل التوقع على قيمة u_t المعلمة ρ ثابت نتحصل على قيمة التوقع والتي تساوي الصفر.E(u)=0

التباين:

$$Var(u_t) = Var(u_t) + \rho^2 Var(u_{t-1}) + \rho^4 Var(u_{t-2}) + ...$$
$$Var(u_t) = \sigma_{\frac{u}{2}}^{u} (1 + \rho^2 + \rho^4 .....)$$
$$\sigma^2 = \frac{\sigma_{\frac{u}{2}}}{1-\rho^2}$$

التغاير: ويساوي تغاير النموذج $Cov(u_t, u_{t-1}) = \rho^s \sigma^2$

ويتضح أن العلاقة بين المتغيرات العشوائية تعتمد على المعلمة ρ وهذا الاعتماد يمكن توضيحها بالعلاقة التالية:

$$Cov(u_t, u_{t-1}) = \rho^s \sigma^2$$
$$\rho = \frac{Cov(u_t, u_{t-1})}{\sigma^2}$$
$$\rho = \frac{Cov(u_t, u_{t-1})}{\sqrt{Var(u_t)}\sqrt{Var(u_{t-1})}}$$

أي أن ρ تمثل معامل الارتباط بين القيم المتباطئة.أي هي التي تقيس قوة الارتباط الذاتي من التغاير بين القيمة الحالية u_t والقيمة السابقة u_{t-1} لا يساوي الصفر.

<u>خواص مقدرات م ص ع في وجود الارتباط الذاتي</u>: خرق الفرض الخاص بالتغاير يترتب عليه خسارة كفاءه المقدرات آي نستطيع تطبيق م ص ع ونستطيع الحصول على مقدرات غير متحيزة تتميز بوسط صفري وخطية ولكن تخسر الكفاءة.

<u>كفاءة المقدرات:</u> لاختبار كفاءة المقدرات نحاول الحصول على مقدرات تستوفي جميع فروض م ص ع بما فيها استقلال العشوائيات عن بعضها :

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i$$

نباطىء ونضرب في ρ

$$\rho Y_{t-1} = \alpha\rho + \beta\rho X_{t-1} + \rho u_{t-1}$$

بطرح المعادلة من المعادلة ألا صليه

$$Y_t - \rho Y_{t-1} = \alpha(1-\rho) + \beta(X_i - \rho X_{t-1}) + u_i - \rho u_{t-1}$$

وحيث إن $u_t = \rho u_{t-1} + \nu_t$

$$Y_t - \rho Y_{t-1} = \alpha(1-\rho) + \beta(X_i - \rho X_{t-1}) + \nu_t \qquad t=2,3,4.....$$

هذا التحويل يسمى تحويل كوكرين اوركت Cochrane-Orcutt وتعرف هذه المعادلة بمعادلة الفرو قات المعممة وهي معادلة على قدر من الأهمية في معالجة الارتباط الذاتي. وقد تكتب على الوجه التالي:

$$Y_t^* = \alpha W^* + \beta X^*_i + u_i$$

حيث تمثل

$$Y^* = Y_t - \rho Y_{t-1}$$
$$W^* = (1-\rho) \qquad t=2,3,4.....$$
$$X^* = X_t - \rho X_{t-1}$$

ولكن إذا كانت t=1 أي نتحدث عن المشاهدة الاولى فأن

$$Y^* = Y_t\sqrt{1-\rho^2}$$
$$W^* = \sqrt{1-\rho^2} \qquad t=1$$
$$X^* = X_t\sqrt{1-\rho^2}$$

لاحظي أن W* تكون نفس القيمة ماعدا المشاهدة الأولى، وان المعادلة لا تتضمن قاطع وان W* , X* متغيرات مستثقله ثابتة في المعاينات المتكررة.

وحيث إن النموذج يستوفي جميع فروض م ص ع إذا نقوم بتطبيق م ص ع نحصل على افضل مقدرات خطية غير متحيزة للمعالم α , β ونبني المعادلات الطبعيه التي تدني قيمة $\sum u_t$ للحصول على مقدرات معالم النموذج. وتعثير هي افضل مقدرات للمعالم لكن القوانين معقده نوعا ما وتتضمن المعلمة ρ .

<u>نتائج الارتباط الذاتي:</u> إذا كان عشوائي الانحدار مرتبطا ذاتيا فأن مقدرات م ص ع غير متحيزة وتتميز بالاتساق لكنها ليست افضل مقدرات ليست كنوء وليست كنوء تقاربيا و في حالة م ص ع فأن تباين β متحيز وعليه إذا استعملنا هذا التباين في بناء فترات الثقة وأجراء اختبارات المعنوية فان النتائج خاطئة. ولذلك وجدنا طريقة تقود إلى الكفاءة ولو تقاربيا وتعطي فترات ثقة واختبارات صحيحه والتي حصلنا عليها من النموذج المصحح ولكن هذه المقدرات تعتمد على معرفة ρ ونادرا ما يعرف ρ وعلية لابد من التوصل إلى طرق أخرى.

<u>افضل مقدرات خطيه غير متحيزة (المربعات الصغرى المعممة م ص م):</u>

حل المعادلات الطبيعية التي حصلنا عليها من AR(1) وبتصغير قيمة $\sum u_t$:

$$\tilde{\beta} = \frac{(\sum W^{*2}\ (\sum Y^* X^*) - (\sum W^* Y^* ((\sum W^* X^*)}{(\sum W^{*2})(\sum X^{*2}) - (\sum W^* X^*)^2}$$

لحل هذه المعادلة يجب معرفة قيمة ρ .

4تقدير ρ : هناك عدة طرق لتقدير معامل الارتباط الذاتي مثل 1- طريقة كوكرن اوركت2- طريقة هيلدرث-لو 3- -طريقة بريز وينستون 4-طريقة دربن واتسـون.

1 -طريقة تقدير كوكرن اوركت: C-O: للحصول على معلمة يمكن تقدير ρ باستعمال ألبوا قي بدلا من العناصر العشوائية:

$$u_t = \rho u_{t-1} + \nu_{tt} \qquad t=2,3,\ldots$$

$$\hat{\rho} = \frac{\sum u_t u_{t-1}}{\sum u_{t-1}^2}$$

وتستخدم لحل المعادلة المصححة:

$$Y_t - \hat{\rho} Y_{t-1} = \alpha(1-\hat{\rho}) + \beta(X_i - \hat{\rho} X_{t-1}) + u_t$$

ومن ثم يتم الحصول على مقدرات كوكرن اوركت ذات الخطوتين-The two step C Estimation α , β وكـذلك الخطـأ المعيـاري بتطبيـق م ص ع علـى النمـوذج. وتسـمى بـذات الخطوتين لأنها تتطلب تطبيق م ص ع أولا للحصول على مقدرة ومن ثم الحصول على $\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}$ وتكرار التقدير حتى تتقارب قيم المقدرات $\hat{u}_i = Y_t - \tilde{\alpha} - \tilde{\beta} X_i$

$$\tilde{\tilde{\rho}} = \frac{\sum \hat{u}_t \hat{u}_{t-1}}{\sum \hat{u}_{t-1}^2}$$

تستخدم المقدرة لتطبيق $Y_t - \tilde{\tilde{\rho}} Y_{t-1} = \alpha(1-\tilde{\tilde{\rho}}) + \beta(X_i - \tilde{\tilde{\rho}} X_{t-1}) + u_t$

ويستمر تكرار التقدير حتى تتقارب قيم المقدرات.

2-طريقة هيلدرث-لو-Hidreth-Lu Method**:** تطبيق م ص ع وذلك باختيار قيم ρ مختلفة بين-1 و +1 وتطبيق م ص ع العديد من المرات حتى يتم التحصيل على معادلة التصحيح نسميها أحيانا معادلة الفرو قات وهي نفس المعادلة التي يمكن التحصيل عليها بتطبيق تحويلـه كوكرن اوركت وتسمى بمعادلة التصحيح وكذلك بمعادة الفرو قات المعممة وبأخذ قيم مختلفة لـ ρ مثلا = .95 ويستعمل هذا في معادلة التصحيح فبدلا من تقديرρ نقوم بافتراض قيم خاصـة لـ ρ ونقوم بتقدير النموذج بواسطة م ص ع وتحسب مجموع مربعات البواقي من هذا الانحدار ثم نحصل على متغيرات مصححه وبالتالي نحسب من الانحدار مجموع مربعات البواقي الخاص بـ $SSE=\sum u^2$, 0.90= ويكرر التقدير ونحتـار التـي تحقق اصـغر مجموع مربعـات. هذه الطريقـة يتم أجراءها ببرامج الكمبيوتر التي يتم فيها تحديد قيم في كل مرحله. هذا سوف يؤدي إلـي نفس المقدرات لـ α , β الذي تحصلنا عليـه من طريقـة تكرارC_O تمتلك مقدرات C-O و H-L كل الخواص

التقاربيه ولكن لا يمكن استخدامها إذا كان المتغير المستقل يتبع اتجاه خطي آو إذا كان حجم العينة صغير وذلك لأهمية المشاهدة الأولى في العينة الصغيرة .

3-طريقة بريز وينستون : Prais-Winsten يقترح بريز و وينستون استعادة المشاهدة الأولى في عملية التصحيح وبعد ذلك نجري استخدام م ص ع للمشاهدات المصححة بدون التخلي عن أي مشاهده ومن ثم يتوقع كفاءه أعلى لأننا تحصلنا على معلومات اكثر حيث إن عملية التقدير تتحسن وبذلك تزداد دقة التقدير.

4-طريقة دربن واتسون: يقترح دير بن القيام بتقدير ρ من معادلة التصحيح نفسها وذلك بإعادة كتابتها عل النحو التالي

$$Y_t = \hat{\rho}Y_{t-1} + \alpha(1-\hat{\rho}) + \beta(X_i - \hat{\rho}X_{t-1}) + u_t$$

وذلك بالاحتفاظ فقط بـYt كمتغير تابع ونقل القيمة المتباطئة Y_{t-1} إلى اليمين وفك القوس للحصول على مقدرة ρ ونجري انحدار المعادلة وهو انحدار متعدد تكون فيه Yt المتغير التابع , X_t و , X_{t-1} و Y_{t-1} والعشوائي u_t ومقدرات النموذج ρ. α. β حيث ρ مقدرة من معامل Y_{t-1} ثم نجري عملية التصحيح.

بالحصول على النموذج المصحح نستطيع تقدير معالم النموذج بتطبيق م ص ع وهذه المقدرات التي حصلنا عليها باستخدام النموذج المصحح تمتلك الخواص التي فقدتها م ص ع التي تم تطبيقها على النموذج الأصلي وليس المصحح.

مقدرات النموذج المصحح:

$$\hat{\beta} = \frac{\sum x_t^* y_t^*}{\sum x_t^{*2}}$$

$$\hat{\beta} = \frac{\sum (x_t - \rho x_{t-1})(y_t - \rho y_{t-1})}{\sum (x_t - x_{t-1})^2}$$

$$\hat{\alpha}^* = \overline{Y}^* - \hat{\beta}\overline{X}^*$$

اختبارات الكشـــــف عن الارتباط الذاتي: من بين الاختبارات المخصصة عن مشكلة الارتباط الذاتي اختبار دير بن واتسون، اختبار h واختبار مضاعف لاجرانج :

اختبار دير بن واتســون: أوسع الاختبارات استعمالا وجيد الأداء لمختلف العينات، لأنه يوجد اختبارات أخرى قد تكون أقوى من اختبار دير بن-واتسون من الناحية الإحصائية إلا أنها تكتسب قوتها في العينات كبيره الحجم ولذلك يفضل دير بن واتسون على الكثير من الاختبارات

الأخرى، فضلا على أنه بسيط من ناحية الفكرة والتطبيق. الاختبار مخصص للكشف عن ارتباط الذاتي من الدرجة الأولى.

$$u_t = \rho u_{t-1} + \nu_t$$

فرضية العدم $H_0 : \rho = 0$

الفرضية البديلة $H_A : \rho \neq 0$

إذا كانت ρ تساوي صفر تكون ρu_{t-1} صفر وبذلك تكون $u_t = \nu_t$ وحيث إن ν_t تستوفي جميع فروض م ص ع ، وبالتالي يكون المتغير العشوائي للنموذج يستوفي م ص ع. هناك أكثر من فرضية بديله يمكن إن تفترض، الحالة التي يكون فيها الارتباط الذاتي موجب. وهو الأكثر حدوثا في الدراسات الاقتصادية لكن أحيانا يكون عندك ارتباط ذاتي سالب.

$H_A : \rho > 0$

<u>الإحصاء المحسوب</u>: أي اختبار معنوية يتطلب استعمال إحصاء محسوب ويقارن بالقيمة الجد وليه وبعد ذلك يتخذ القرار بقبول أو رفض فرضية العدم.

$$d = \frac{\sum (u_t - u_{t-1})^2}{\sum u^2}$$

<u>مثال:</u>

u_t	u_t^2	u_{t-1}	$u_t - u_{t-1}$	$(u_t - u_{t-1})^2$
5	25	-	-	-
3	9	5	2-	4
4-	16	3	7-	49
7-	16	4-	0	0
Σ	66		9-	53

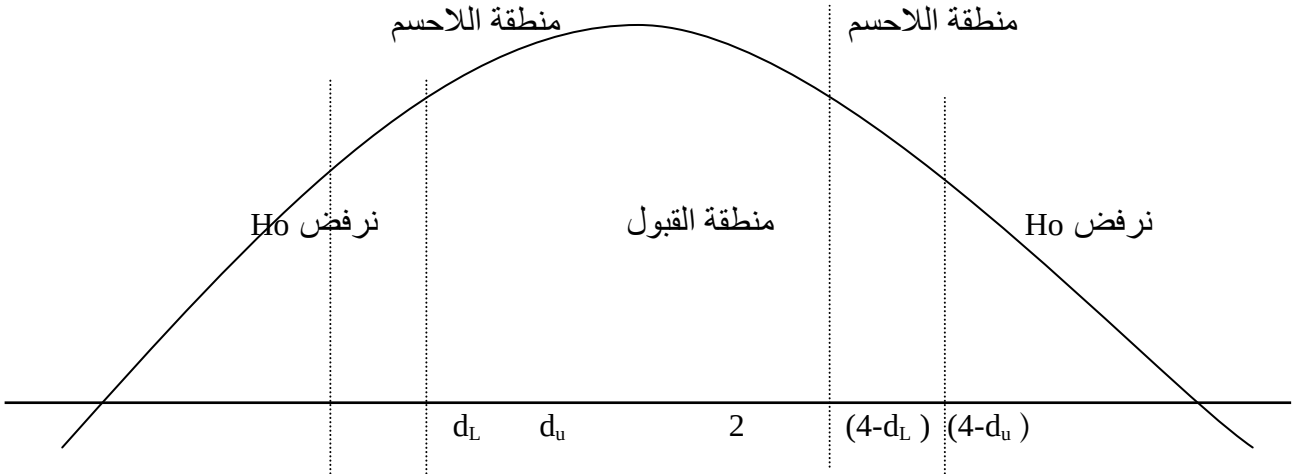
$$d = \frac{\sum (u_t - u_{t-1})^2}{\sum u^2} = \frac{53}{66} = 0.80$$

ويحصل على الإحصاء الجد ولي من جدول دير بن واتسون. حيث يعطي قيمة d_L وهي القيمة الدنيا.Lower . حيث يعطى قيمة d_U القيمة القصوى Upper .نحصل على القيمتين من الجداول، ولكن نحصل على القيمتين نحتاج إلى عدد المشاهدات n وعدد المتغيرات المستقلة-k (1).

مقارنه بين القيم الحسوبه والقيم الجد وليه، جداول دير بن واتسون تكون في مستوى معين يكون عند جدول 5% وآخر 1% والذي يستخدم دائما 5%. و n تبدأ من الجدول 15 وهذه نقيضه من نقائض جدول واتسون لأنه يتطلب عدد من المشاهدات لا تقل عن 15 ولكن تم تفادي هذا الآمر بتطوير جداول تبدأ من 6 مشاهدات فقط تقوم على نفس الفكرة.

n	K=1	
	d_L	d_u
15	1.08	1.36
16	1.10	1.37
17	1.13	1.38
18	1.16	1.39
19	1.18	1.40
20	1.20	1.41

إذا كانت n=20 عند مستوى الثقة 5% d_L =1.20 d_u=1.41 هذا يعني أننا سنرفض Ho إذا كانت d<1.20 ولن نرفض Ho إذا كانت d>1.41. وإذا كانت $d_L \le d \le d_u$ لا نستطيع إن نتخذ قرار بشأن قبول فرض العدم آو رفضه. ارفض Ho إذا كانتd_u >d ، أو d_L - 4 > d وإذا كانتd_u -4 $\le d \le$ d_L -4 لا نستطيع أن نتخذ قرار بشأن قبول فرض العدم آو رفضه.



القيم من 2 تؤدي إلى قبول Ho والقيم القريبة من الصفر آو قيمة 4 تؤدي إلى رفض Ho.

العلاقة بين دير بن واتسون ومعلمة الارتباط الذاتي: إذا أخذنا إحصاء دير بن واتسون المحسوب

$$d = \frac{\sum (u_t - u_{t-1})^2}{\sum u_t^2}$$

نلاحظ ان البسـط يبدأ بالمشاهدة الثانية نسبة لظهور البواقي المتباطئة في البسط.

$$d = \frac{\sum u_t^2}{\sum u_t^2} + \frac{\sum u_{t-1}^2}{\sum u_t^2} - 2\frac{\sum u_t u_{t-1}^2}{\sum u_t^2}$$

يلاحظ أن الأمر يساوي تقريبا $d = 1 + 1 - 2\hat{\rho}$

وبالتالي
$$d = 2 - 2\hat{\rho}$$
$$d = 2(1 - \hat{\rho})$$

أحيانا تكتب كما يلي: $\hat{\rho} \approx 1 - 1/2d$

من خلال هذا نستطيع الحصول على مقدرة ρ نستفيد من عملية تصحيح النماذج للتخلص من مشكلة الارتباط الذاتي. وذلك بأجراء انحدار النموذج والحصول على d ومنه نستخرج ρ واستخدامها في العملية. من العلاقة نلاحظ انه إذا كانت = صفر لا يوجد ارتباط ذاتي ويترتب عليها d=2 مما يؤشر إلى انعدام الارتباط الذاتي. إذا كانت ρ =+1 أي كان عندك أي كان هناك ارتباط ذاتي موجب وتام يترتب على ذلك إن d=0 أي يكون هناك الارتباط ذاتي موجب(رفض فرض العدم) وإذا كانت

ρ =-1 ارتباط ذاتي سلبي ومنها

$$-1 = 1 - 1/2d$$
$$d = \frac{-2}{-1/2} = 4$$

ونستنتج من ذلك انه إذا كانت d>2 ارتباط سلبي وإذا كانت d<2 ارتباط موجب وإذا كانت d =2 لا يكون هناك ارتباط ذاتي.

<u>مزايا اختبار دير بن واتسون:</u> -سهل الاستعمال. واسع الانتشار. أكبر الاختبارات التي تستعمل للارتباط الذاتي،حسن الأداء في العينات الصغيرة وأيضا في العينات الكبيرة.

<u>عيوب اختبار دير بن واتسون:</u> مناطق اللاحسم. يقترح البعض ضم منطقة اللاحسم إلى منطقة الرفض. لا يطبق على النماذج التي لا تحتوي على قاطع . لا يستخدم إذا كانت عدد من المتغيرات المستقلة عشوائية، يستخدم فقط في الحال التي يكون فيها المتغير غير عشوائي إذا كان المتغير غير عشوائي يستخدم اختبار آخر. على سبيل المثال:

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + \gamma Y_{t-1} + u_t$$

وهذا النموذج يكون التابع المتباطئ للسنة الماضية عشوائي حيث أن Y_t عشوائي فان Y_{t-1} عشوائي.

للتعامل مع وجود متغير متباطئ بين المتغيرات المفسرة يقترح استخدام الاختبارين التاليين: - اختبار دير بن h . -اختبار مضروب لاجرانج LM.

-اختبار h :

في حالة وجود متغير متباطئ للمتغير التابع ونتيجة لأسباب إحصاءيه لوحظ إن إحصاء دير بن واتسون d يتجه نحو قيمة 2 وإذا استندنا على إحصاء دير بن واتسون سنتوصل إلى نتيجة خاطئة ونقول انه لا يوجد مشكلة ارتباط ذاتي بحكم انه قريب من 2 . إذا كان الاختبار لوجود الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى والذي يتخذ شكل مشروع ماركوف: $u_t = \rho u_{t-1} + \nu_t$

$$H_0 : \rho = 0$$
$$H_A : \rho \neq 0$$

النماذج الاقتصادية تحكمها قوه معينه تحتم ظهور المتغيرات المتباطئة كمتغيرات مفسره لآي متغير تابع.

$$Y = \gamma_0 + \gamma_1 Y_{t-1} + \gamma_2 X_t + u_t$$

الإحصاء المحسوب $h = \hat{\rho}\sqrt{\frac{n}{1 - nV(\hat{\gamma}_1)}}$

تحسب بالطرق المقترحة سابقا ويفضل استخدام d . n عدد المشاهدات و $V(\gamma)$ تباين مقدرة معلمة Y_{t-1}.

بأخذ إحصاء دير بن واتسون

$$d = 2(1 - \hat{\rho})$$
$$\hat{\rho} = 1 - \frac{d}{2}$$

$$h = (1 - \frac{d}{2})\sqrt{\frac{n}{1 - nV(\hat{\gamma})}}$$

القيمة الجد وليه h يمكن إيجادها من جدول التوزيع الطبيعيZ .

ملاحظات على اختبار h : 1-اختبار عينه كبيره يفضل استعماله للعينات التي اكبر من 30 مشاهده.2-تقل قوة الاختبار عند العينات التي اقل من 30-ينهار الإحصاء إذا كانت $nV(\gamma) > 1$ آي لا يستخدم عندما تكون $nV(\gamma) > 1$ يكون $\sqrt{-}$ بالسالب أي يكون الجذر التربيعي رقم تخيلي. - بحم هذه الملاحظة الأخيرة وبحكم ا اعتبارات أخرى يطبق هذا على الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى ولا يصلح للارتباط الذاتي من الدرجة الثانية.

اختبار مضاعف لاجرانج The Lagrange Multiplier (LM)

لأجراء اختبار مضاعف لاجرانج نتبع الخطوات التالية:

1-نتحصل على بواقي من المعادلة المقدرة.

$$\nu_t = Y_t - \hat{Y}_t = Y_t - \hat{\gamma}_0 - \hat{\gamma}_1 Y_{t-1} _ \hat{\gamma}_t X_t$$

2-تستخدم هذه المقدرات كمتغير تابع للمتغيرات المفسرة في نموذج كويك.

$$\nu_t = a_0 + a_1 X_t + a_2 Y_{t-1} + a_3 u_{t-1} + u_t$$

3-تستخدم المربعات الصغرى في تقدير النموذج و لاختبار فرضية العدم إن $a_3=0$. نستخدم الإحصاء التالي:

$$LM=nR^2$$

حيث تمثل n حجم العينة و R^2 معامل التحديد الغير مصحح. ويتبع الإحصاء توزيع مربع كاي $\chi 2$ بدرجة حرية تساوي عدد القيود في فرضية العدم (في هذه الحالة واحد)

في حالة وجود ارتباط ذاتي في نموذج كويك نستخدم المربعات الصغرى ذات المرحلتين والتي تستخدم في المعادلات الآنية.

تمرين:
تحصلتي على النتائج التالية للانحدار بين متغيرين

المشاهدة	البواقي u				
1	3.9				
2	4.8				
3	5.8				
4	3.7				
5	2.5				
6	2.0				
7	1.2				
8	2.1				
9	1.7				
10	0.3				

قومي باختبار دير بن واتسون للكشف عن الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى:
فرضية العدم: الفرضية البديلة :الإحصاء المحسوب: القيم الجد وليه: النتيجة:
احسبي مقدرة معلمة الارتباط الذاتي $\hat{\rho}$ من قيمة d:

تمرين 2:

-تم اجراء المعادلة التاليه:

$$Y = 23.5 + 1.45Y_{t-1} + 2.3X_t + u$$

ثم تم اجراء المعادلة التاليه بتقدير البواقي للمعادلة اعلاة واستخدامها في الانحدار التالي:

$$u = 21.4 + 4.1X_t + 2.1Y_{t-1} + 0.52u_{t-1} + \nu_t$$

Se .0.23 2.3 .005

$R^2 = .89$ $n = 20$

حددي اذا ماكانت المعادلة الاولى تحتوي على الارتباط الذاتي . وقومي بتسمية الاختبار

تمرين 3

$$(Y_t - 0.94Y_{t-1}) = 1.7152 + 0.72(X_t - 0.94X_{t-1}) + u$$

$$se = (1.1069) \quad (0.1569)$$

$$d = 1.58 \quad n = 20 \quad R^2 = 0.42$$

ماأسم هذه المعادلة؟ حددي معلمةالارتباط الذاتي المستخدم؟ وهل يوجد بها ارتباط ذاتي؟

امرين 4

-تم اجراء المعادلة التاليه:

$$Y = 23.5 + 1.45Y_{t-1} + 2.3X_t + \nu$$

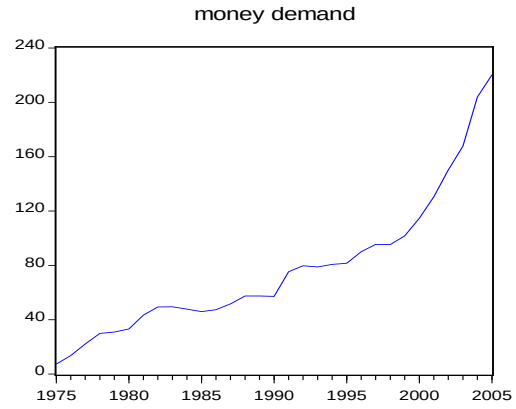
ثم تم اجراء المعادلة التاليه بتقدير البواقي للمعادلة اعلاة واستخدامها في الانحدار التالي:

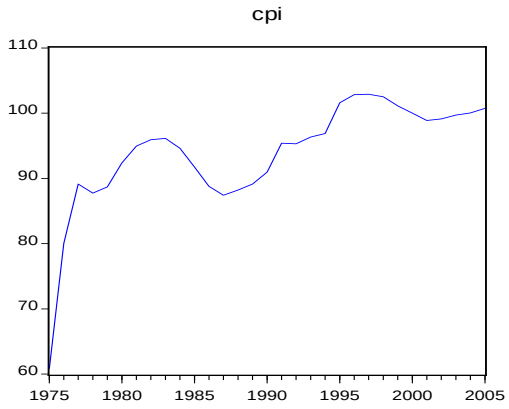
$$\nu = 21.4 + 4.1X_t + 2.1Y_{t-1} + 0.52\nu_{t-1} + 0.34\nu_{t-2} + u_t$$

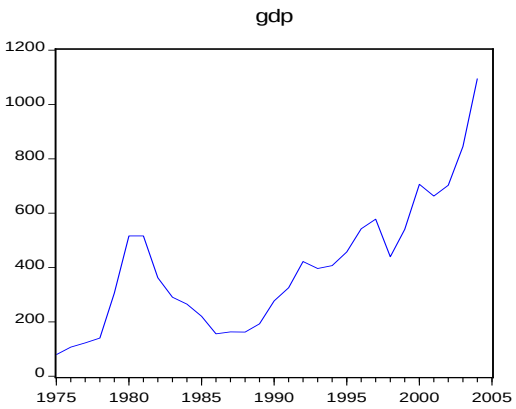
Se .0.23 2.3 .005

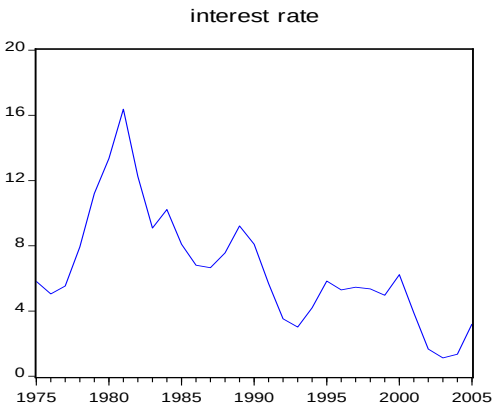
$R^2 = .89$ $n = 20$

حددي اذا ماكانت المعادلة الاولى تحتوي على اختلاف التباين. وقومي بتسمية الاختبار ونتائجه.









اختبار انحدار بسيط				
		Dependent Variable: LM		
		Method: Least Squares		
		Date: 03/24/06 Time: 22:34		
		Sample (adjusted): 1975 2004		
	Included observations: 30 after adjustments			
Prob.	t-Statistic	Std. Error	Coefficient	Variable
0.0000	8.079970	0.099248	0.801921	LY
0.0000	-8.811738	0.579363	-5.105197	C
-0.452845	Mean dependent var		0.699847	R-squared
0.631279	S.D. dependent var		0.689128	Adjusted R-squared
0.813829	Akaike info criterion		0.351975	S.E. of regression
0.907242	Schwarz criterion		3.468825	Sum squared resid
65.28591	F-statistic		-10.20743	Log likelihood
0.000000	Prob(F-statistic)		0.382014	Durbin-Watson stat

انحدار متعدد				
	المتغير التابع	Dependent Variable: LM		
	طريقة المربعات ' الصغرى العادية	Method: Least Squares		
	التاريخ	Date: 03/24/06 Time: 22:32		
	البيانات من 1975-2005	Sample (adjusted): 1975 2004		
	Included observations: 30 after adjustments عدد المشاهدات			
p القيمة الاحتمالية Prob.	t- المحسوبة Statistic	Std. الخطأ المعياري Error	Coefficient المعاملات	Variable المتغيرات
0.0089	-2.819440	0.104017	-0.293269	LI
0.0000	6.907120	0.098619	0.681173	LY
0.0000	-5.780118	0.673563	-3.893272	C
-0.452845	Mean dependent var		0.768117	R-squared
0.631279	S.D. dependent var		0.750941	Adjusted R-squared
0.622436	Akaike info criterion		0.315045	S.E. of regression
0.762556	Schwarz criterion		2.679837	Sum squared resid
44.71914	F-statistic		-6.336537	Log likelihood
0.000000	Prob(F-statistic)		0.368248	Durbin-Watson stat

اختبار التغيرات الهيكلية				
		Ramsey RESET Test:		
0.011526	Prob. F(2,26)		5.325062	F-statistic
0.005801	Prob. Chi-Square(2)		10.29961	Log likelihood ratio
		Test Equation:		
		Dependent Variable: LM		
		Method: Least Squares		
		Date: 03/24/06 Time: 22:44		
		Sample: 1975 2004		
		Included observations: 30		
Prob.	t-Statistic	Std. Error	Coefficient	Variable

0.0001	4.680887	0.196992	0.922096	LY
0.0001	-4.824811	1.244862	-6.006226	C
0.0082	2.860442	0.521307	1.491168	FITTED^2
0.0033	3.237696	0.306494	0.992335	FITTED^3
-0.452845	Mean dependent var		0.787069	R-squared
0.631279	S.D. dependent var		0.762500	Adjusted R-squared
0.603842	Akaike info criterion		0.307648	S.E. of regression
0.790668	Schwarz criterion		2.460823	Sum squared resid
32.03500	F-statistic		-5.057631	Log likelihood
0.000000	Prob(F-statistic)		0.486851	Durbin-Watson stat

Chow Breakpoint Test: 1983

0.000000	Prob. F(2,26)	29.43838	F-statistic
0.000000	Prob. Chi-Square(2)	35.49312	Log likelihood ratio

LI	LY	LM	
-0.598654	0.836569	1.000000	LM
-0.434265	1.000000	0.836569	LY
1.000000	-0.434265	-0.598654	LI

White Heteroskedasticity Test:

0.000750	Prob. F(5,24)	6.263403	F-statistic
0.004530	Prob. Chi-Square(5)	16.98411	Obs*R-squared

Test Equation:
Dependent Variable: RESID^2
Method: Least Squares
Date: 03/24/06 Time: 22:59
Sample: 1975 2004
Included observations: 30

Prob.	t-Statistic	Std. Error	Coefficient	Variable
0.0021	3.454073	1.915755	6.617157	C
0.0043	-3.154036	0.604253	-1.905836	LY
0.0147	2.628469	0.052423	0.137791	LY^2
0.1707	1.412260	0.093027	0.131379	LY*LI
0.1718	-1.408448	0.712014	-1.002835	LI

0.1340	1.550834	0.052020	0.080674	LI^2

0.089328	Mean dependent var	0.566137	R-squared
0.134386	S.D. dependent var	0.475749	Adjusted R-squared
-1.645123	Akaike info criterion	0.097303	S.E. of regression
-1.364883	Schwarz criterion	0.227228	Sum squared resid
6.263403	F-statistic	30.67684	Log likelihood
0.000750	Prob(F-statistic)	1.373463	Durbin-Watson stat

Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test:

0.000029	Prob. F(2,25)	16.32836	F-statistic
0.000204	Prob. Chi-Square(2)	16.99198	Obs*R-squared

Test Equation:
Dependent Variable: RESID
Method: Least Squares
Date: 03/24/06 Time: 23:00
Sample: 1975 2004
Included observations: 30
Presample missing value lagged residuals set to zero.

Prob.	t-Statistic	Std. Error	Coefficient	Variable
0.8498	0.191398	0.067590	0.012937	LY
0.7740	0.290318	0.073239	0.021263	LI
0.8091	-0.244151	0.461541	-0.112686	C
0.0001	4.653959	0.195434	0.909540	RESID(-1)
0.2523	-1.171846	0.201508	-0.236136	RESID(-2)

9.11E-17	Mean dependent var	0.566399	R-squared
0.303987	S.D. dependent var	0.497023	Adjusted R-squared
-0.079862	Akaike info criterion	0.215590	S.E. of regression
0.153671	Schwarz criterion	1.161980	Sum squared resid
8.164180	F-statistic	6.197928	Log likelihood
0.000235	Prob(F-statistic)	1.508519	Durbin-Watson stat

الســـــؤال الأول:

لدراسة دالة سعر الفائده وعوامل الاقتصاد الكلي المؤثره في اقتصاد احدى الدول تحصلنا على النتائج التاليه:

$$r_t = 0.050 + 0.009D_t - 0.003M_t + u_t$$

$$SE \qquad (0.003) \qquad (0.001)$$

$$SST = 62.88 \qquad SSR = 52.82$$

$$R^2 = 0.84 \qquad n = 32$$

r_t = سعر الفائده في السنه. Dt = العجز في الميزانية في السنة.

Mt= النمو الاقتصادي

1. اختبار الفرضيه للعلاقه بين العجز في الميزانية و سعر الفائده عند مستوى معنويه 5%.
2. حددي فترة الثقة لمعامل العلاقة بين النمو الاقتصاددي وسعر الفائده.
3. حددي معامل التحديد المصحح،
4. حددي جدول تحليل التباين ونتائجه.

الســـــؤال الثاني:

عند تحديد الطلب على الواردات قبل بناء النموذج تم تقسيم الفترة الزمنية (1970-2004) الى قسمين وحددت نتائج الانحدار لكل فترة زمنية. هل يوجد تغييرات هيكلية في هذة الفترة الزمنية ؟ احددي الاختبار المستخدم ونتائجه؟

الفترة الأولى

$$M_t = 0.65 + 0.47Y_t - 0.20P_t + u_t$$

$$SE \qquad (0.006) \qquad (0.001) \qquad SEE = 4567.23$$

$$t= \qquad 3.54 \qquad -.45$$

$$\bar{R}^2 = .0.89 \qquad DW = 1.65 \qquad (1970-1982)$$

الفترة الثاني:

$$M_t = 0.72 + 0.57Y_t - 0.25P_t + u_t$$

SE (0.006) (0.001) $SEE = 7655.22$

$t=$ 3.54 $-.45$

$\bar{R}^2 = .0.89$ $DW = 2.01$ $(1983 - 2004)$

الســـــــؤال الثالث

في دراسة عن الاستهلاك وعلاقتة بالدخل تم بناء النموذج التالي المكون من C الاستهلاك للفرد. و Y الدخل المتاح. و S الأدخار(حساب التوفير) .

$$C_t = -367.83 + 0.5113Y_t + 0.0427S + u_t$$

$$SE \qquad (1.0307)) \qquad (0.0942) \qquad \bar{R}^2 = .0.835$$

$$\sum (Y - \bar{Y})^2 = 85.818 \qquad \sum (S - \bar{S})^2 = 88.60$$

$$\sum (Y - \bar{Y})(S - \bar{S}) = 76.038$$

هل تواجة هذه النموذج مشكلة قياسية حدديها؟ تم حذف الأدخار من النموذج وتحصلنا على النموذج التالي، مالتغيرات التي حدثت في النموذج حدديها،

$$C_t = -471.43 + 0.9714Y_t + u_t$$

$$SE(\beta_1) \qquad (0.157) \qquad R^2 = .86$$

للتأكد من أي مشاكل تواجة النموذج الأول تم اجراء الانحدار التالي؟ اشرحي النتيجة وسبب اجراء هذا الانحدار وحددي و معامل التضخم للنموذج الأول.

$$S_t = -471.43 + 0.654Y_t + u_t$$

$$SE \qquad (0.0917) \qquad R^2 = .97$$

الســـــــؤال الرابع:

عند اعداد دراسة عن الطلب على الودائع البنكية S، وتحديد العوامل المؤثره مثل الدخل المتاح Yd و i سعر الفائده . تحصلنا على النموذج الأول باستخدام الدخل المتاح فقط وتحصلنا النموذج (1):

$$S = \beta_0 + \beta_1 Y_t + u_t \qquad (1)$$
$$S = 91.83 + 2.9 Y_t + u$$
$$SE \qquad (1.87)$$
$$SSE = 1964.75 \quad SST = 13581.137 \qquad n = 52$$

تم اضافة متغير سعر الفائده للنموذج، وتحصلنا على النموذج (2):

$$S_2 = \beta_0 + \beta_1 Y_t + \beta_2 i + u_{2t} \qquad (2)$$
$$S = 110.46 + 3.362 Y_t + 10.197 i + u_{2t}$$
$$SE \qquad 0.421 \quad 1.582$$
$$SSE = 2592.301 \quad SST = 42739.387 \qquad n = 52$$

قيمي النتائج أعلاة من ناحية المعنى الاقتصادي.حددي معنوية اختبارات الفرضية الخاصة بالعلاقة بين المتغيرات المستقلة والمتغير التابع، وهل أدى أضافة المتغير الى تحسين النموذج؟ قارني بين النموذجين؟ باجراء اختبار المتغيرات المضتفه؟ محددة فرضية العدم ونتائج الاختبار؟

الســـــــؤال الخامس:

الطلب على استهلاك النفط في احدى الدول حيث تمثل Qt الطلب على النفط، و Y الدخل ، و P سعر النفط.

$$Q_t^D = 551.7 - 0.186 Y_t - 53.59 P_t + u_t \quad (1)$$
$$SE \qquad (0.0117) \qquad (16.86) \quad \overline{R}^2 = 0.861 \quad n = 50$$

$$\ln(u^2) = 1.650 + 0.952 \ln Z \qquad (2)$$
$$SE = \qquad (0.308) \qquad n = 50$$

الجزء الأول:

- اختبارات فرضية العدم الخاصة بالعلاقة بين استهلاك النفط Qوالدخل Yوسعر النفط P، تم خلق انحدار اضافي من البواقي الخاصة بالنموذج مع متغير Z يمثل القيم المرتفعه من الدخل لماذا؟ ماهو الاختبار المرغوب عملة، ونتائجه؟

الجزء الثاني:

تم تقسيم العينة الى قسمين،وتصلنا على الانحدارين التاليين (3) و (4) وتم اجراء اختبار لاختلاف التباين ماهو هذا الاختبار وماهي نتيجيته؟

$$Q_t^D = 54.7 - 0.0.234Y_t - 43.5P_t + u_t \qquad (3)$$

$$SE \qquad (0.012) \qquad (14.86) \quad SST = 87.6 \qquad SSR = 75.42 \qquad n_1 = 25$$

$$Q_t^D = 54.7 - 0.0.234Y_t - 43.5P_t + u_t \qquad (4)$$

$$SE \qquad (0.012) \qquad (14.86) \quad SST = 98.6 \qquad SSR = 78.42 \qquad n_2 = 25$$

الجزء الثالث :

تم بناء الانحدار التالي (5)من بواقي النموذج الأصلي (1) وتحصلنا على النتيجة التاليه؟

$$\ln(u^2) = 1.85 + 0.456\ln X + 0.89\ln X^2 + u_t \qquad (5)$$

$$SE= \qquad (0.38) \qquad (.34) \qquad R^2 = 0.623 \qquad n = 50$$

تم أجراء هذا الأختبار لأختلاف التباين، باستخدام المعادلة أعلاه(5) ؟ ماهو هذا الأختبار وماهي نتائجه.