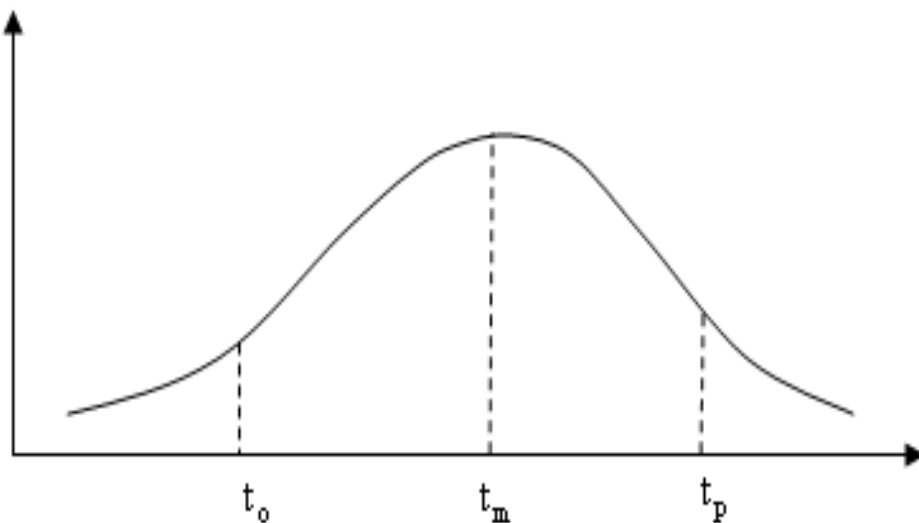


## PROGRAMME EVALUATION AND REVIEW TECHNIQUE (PERT)

The network methods discussed so far may be termed as deterministic, since estimated activity times are assumed to be known with certainty. However, in research project or design of gear box or a new machine, various activities are based on judgment. It is difficult to obtain a reliable time estimate due to the changing technology. Time values are subject to chance variations. For such cases where the activities are non-deterministic in nature, PERT was developed. Hence, PERT is probabilistic method where the activity times are represented by a probability distribution. This probability distribution of activity times is based upon three different time estimates made for each activity. These are as follows.

- (i) Optimistic time estimate
- (ii) Most likely time estimate
- (iii) Pessimistic time estimate

is denoted by  $t_p$  or  $b$ . These three time values are shown in the following figure 1



## طريقة تقييم ومراجعة البرنامج - (PERT) Program Evaluation & Review Technique

هدف الاداره هو اتخاذ لقرارات مدروسة لغرض الحصول على اعظم فائدة ممكنة من المعلومات المتوفرة حيث نشأت الحاجة لاستخدام نظرية الاحصاء والاحتمالات لمعالجة المشاريع غير المتكررة مما أدى الى ظهور طريقة تقييم ومراجعة البرنامج (PERT) للمساعدة على الحصول على احسن قرار ممكن ضمن المعطيات المتوفرة.

يعود ظهور طريقة PERT الى اواخر الخمسينات من القرن العشرين اي في نفس الفترة التي ظهرت فيها طريقة المخطط السهمي ، باستثناء استخدام مفاهيم الاحتمالية عادة ما تكون عملية اتخاذ القرارات الادارية فاضحة لا يهدى بحالات التالية :

التأكد ( Certainty ) او عدم التأكد ( Un certainty ) او المخاطرة ( Risk )  
او الفارقة ارسيني بين طريقة المخطط السهمي ( AOA ) وطريقة PERT هو ان  
او طريقة المخطط السهمي تعتمد على حالة التأكد وبالتالي استخدام الاساليب المحددة ( Deterministic ) للتعامل مع بيانات المشروع التي قد تستطيع الحصول عليها من خلال مراجعة مشاريع سابقة مشابهة للمشروع الذي يراد تنفيذه ، اما طريقة PERT جاءت لمعالجة المشاريع الجديدة في المجالات الحديثة التي لا يوجد مشاريع سابقة مشابهة لها وبالتالي لا توجد معلومات مؤكدة حول المشروع مما أدى للاعتماد على معلومات احتمالية ( Probabilistic ) .

### مفاهيم احصائية

بما ان طريقة تقييم ومراجعة البرنامج (PERT) تقوم على احسن الاحتمالية صنية على بيانات احصائية لذا تستعرض بعض المفاهيم الاحصائية قبل البدء في تطبيق هذه الطريقة

### ٢- مقاييس النزعة المركزية :

لا يمكن وضع ابيانات في توزيع تكراري ذي فئات لمعالجة كل توزيع تكراري وطبيعته ، لذلك توجد مقاييس عديدة تعين موقع التوزيع ، فربما يكون هناك توزيعات تكرارية مشابهة في طبيعتها وشكلها ولكنها تختلف في مواقعها ومن هنا نشأت الحاجة الى معرفة مقاييس النزعة المركزية ( Measures of Central Tendency ) وتوفّر نظارة تركز ايقم اولها هذه عند اجراء تجريب ما حول قراره معينه ومن هذه المقاييس :

١- اوسط الحسابي ( Arithmetic Mean  $\bar{x}$  ) : يعتبر لوسط الحسابي



المحاضرة ( ٤ )

وهو حاصل قسمة مجموعة قيم على عددها

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{N}$$

١- الوسط ( Median ) : يعرف لوسط المجموعة من القيم المرتبة حسب قيمتها العددية تصاعدياً أو تنازلياً بأنه العدد الاوسط منها اذا كان عددها فردياً ، وهو لوسط الحسابي للرقمين اللذين يقسمان هذه القيم الى نصفين متساويين

٢- المنزلة ( Mode ) : يعرف بأنه القيمة التي يعاينها أكبر تكرار اذا وضعنا البيانات في توزيع تكراري للقيم .

مقاييس لتشتت ( Measures of Dispersion )

ظاهرة التشتت عاكس ظاهرة التركز حيث نجد ان القيم تتباعد او تستتت ، وقدت الظاهرات في نفس التجربة فنجد ان أكبر القيم تتركز حول نقطة ما ، ونجد بعض القيم تقع على جانبي هذه النقطة متباعدة كما في حالة لتوزيع المتعاشل واهم مقاييس لتشتت :  
١- المدى ( Range ) : ويعرف المدى لمجموعة من القيم او المشاهدات بأنه الفرق بين أكبر قيمة واصغر قيمة وهي المدى مقاييساً غير دقيقاً للتشتت بين القيم أكبر متباعدة - اصغر متباعدة .

٢- التباين ( Variance -  $\sigma^2$  ) : هو مربع الانحرافات لبيانات عن وسط الحسابي متوسطاً على عددها

٣- الانحراف المعياري ( Standard Deviation -  $\sigma$  ) : يقتر الانحراف المعياري اهم مقاييس التشتت لمجموعة من القيم او المشاهدات وأكثر دقة لأنه يأخذ جميع القيم او المشاهدات بعين الاعتبار ، فهو الأكثر شمولاً واستخداماً ويعرف بأنه القيمة الموجبة الجذر التربيعي للتباين .

مفاهيم احتمالية :

يعرف الاحتمال على انه نسبة عدد مرات تحقيق ما دونه معينه في عدد المحاولات التي تم اجراءها لتحقيق ذلك الحادث ، وسبب كل عام فالاحتمال هو مقاييس عددي لقياس فرضه تحقيق ما دونه غير مؤكدة ، كأنها في مقالته او عملية ما خلال فترة معينة

المحاضرة (٤)

من الجدول حيث ان

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

X : قيمة إقراره

μ : الوسط الحسابي

σ : الانحراف المعياري

دع طريقة PERT :

$$Z = \frac{T_s - T_E}{\sigma_E}$$

T<sub>s</sub>: Time schedule

المدة المطلوبة

T<sub>E</sub>: Expected time المدة المتوقعة

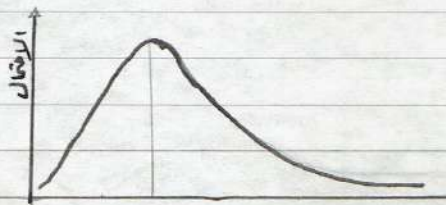
σ<sub>E</sub>: standard deviation for critical path

هناك بعض التقريبات وإفرضيات المستخدمة في طريقة (PERT) الوقت المتساوي (Optimistic Time - a) : وهو الزمن المتوقع لتنفيذ فعالية عندما تكون ظروف التنفيذ مثالية ولا يحتمل تنفيذ الفعالية في وقت أقصر.

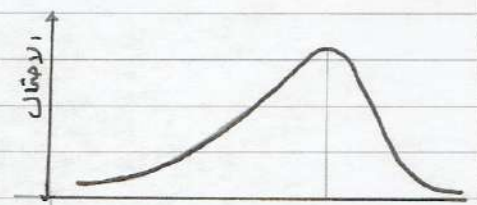
الوقت الأكثر احتمالاً (Most Probable Time - m) : وهو الزمن المتوقع لتنفيذ الفعالية عندما تكون ظروف التنفيذ طبيعية ولكن ليست مثالية.

الوقت المتساوي (Pessimistic Time - b) : وهو الزمن المتوقع لتنفيذ الفعالية عندما تكون ظروف التنفيذ سيئة ولا تدخل هنا الظروف غير الطبيعية أو الكوارث مثل الزلازل وإفرضيات.

ان توزيع اوقات الفعاليات يتبع توزيع بيتا (Beta Distribution)



توزيع منحرف إلى اليسار



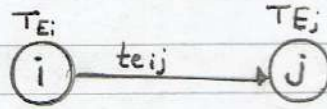
توزيع منحرف إلى اليمين



المحاضرة (٤)

$$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{36}$$

$\sigma^2$  - Variance التباين



$$(T_E)_{start} = \text{Base time} = 0$$

$$(\sigma_E^2)_{start} = 0$$

$$T_{Ej} = \text{Max} [ T_{Ei} + t_{eij} ]$$

$$\sigma_E^2 = \sigma_{Ei}^2 + \sigma_{eij}^2$$

If  $T_{Ej}$  can be found from events take the longer variance

$$T_{Li} = \text{Min} [ T_{Lj} - t_{eij} ]$$

ولإيجاد الوقت المتوقع للإنجاز للمشروع  
إذا كان هناك مسار حرج واحد في المخطط يكون

$$T_E = t_{\text{Activity A}} + t_{\text{Activity B}} + t_{\text{Activity C}} + \dots$$

أما إذا كان هناك أكثر من مسار حرج فنقارن بين التباين من أخذ الأكبر  
تبايناً.

أما الاختلاف الحصري لا يتم في المشروع هو الجذر التربيعي للمجموع التباين

المحاضرة ( ٤ )

$$\sigma_{Path} = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 + \sigma_C^2 + \dots}$$

مثال تطبيقي :

باعتبارك مهندس مخطط لاحد المشاريع و اردت ايجاد الزمن اللازم لانجاز فعاليه صب السقف والتي تبدأ من نصب القالب الخشبي الى نواحيته المعالجه وان البدايه تكون في منتصف شهر تشرين الثاني اي الشهر الحادي عشر ، اوجد زمن انجاز الفعاليه مقدرًا هذه الفتره وفق الاحتمالات المتوقعه واعتمادًا على الخبره - بايجاد المعدل المتوقع لمدة الفعاليه والاختلاف القياسي لمعدل المدة والتفاوت المطلوب

الجواب :

بما ان الفعاليه تبدأ في منتصف شهر تشرين الثاني ، فان هناك احتمالات عدة  
 م - الاحتمال الاول : هو ان الحاله الجويه تكونه جيده (عدم وجود امطار - مجموعيًا ثم  
 وبذلك يمكن ايجاد لفته باقصر مدة ممكنه ( a )  
 ١- نصب وترتيب القالب الخشبي و 6 يوم  
 ٢- صب السقف 1 يوم  
 ٣- رفع القالب والمعالجه 8 يوم  
 المجموع 15 يوم تقريبًا

ب - الاحتمال الاكثر حدوثًا في هذه لفته ، الحاله الجويه هو وجود غيوم وانخفاض  
 درجات حراره مع رطوبة - غير ممطر وبذلك يمكن ايجاد لفته ( M )  
 ١- نصب وترتيب القالب الخشبي وبتسليم 8 يوم  
 ٢- صب السقف 1 يوم  
 ٣- رفع القالب والمعالجه 11 يوم  
 المجموع 20 يوم

ج - الاحتمال الثالث : على اعتبار سقوط امطار وباستمرار مع وجود طربه  
 عاليه وانخفاض درجات حراره وبذلك يمكن ايجاد لفته ازمينه ( b )  
 ١- نصب وترتيب القالب الخشبي وبتسليم 14 يوم  
 ٢- صب السقف 3 يوم (على اساس وجود فواصل تردد)  
 ٣- رفع القالب والمعالجه 16 يوم  
 المجموع 33 يوم

المحاضرة (٤)

المعدل المتوقع لمدة إفعالية :  

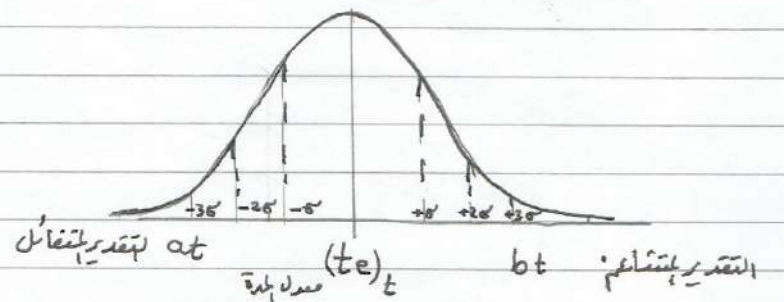
$$t_e = \frac{a+4M+b}{6} = \frac{15+4 \times 20+33}{6} = 21 \text{ day}$$

الانحراف لقياسي لمعدل لمدة :  

$$\sigma = \frac{b-a}{6} = \frac{33-15}{6} = 3 \text{ day}$$

التباين (التباين) :-  

$$V = \sigma^2 = \frac{(33-15)^2}{36} = 9 \text{ day}$$



لإيجاد التقدير المتفائل للمدة، نأخذ المدة، نأخذ المدة للمشروع :-

$$a_t = (t_e)_t - 3\sigma$$

أما التقدير المتشائم للمدة، نأخذ المدة، نأخذ المدة للمشروع

$$b_t = (t_e)_t + 3\sigma$$



المحاضرة (٤)

- مثال : الجدول ادناه يمثل الفعاليات لانجاز احد المشاريع ، وباعتبارك المهندس المخطط في هذا المشروع ولما كنت هناك عدة احتمالات لانجاز كل فعالية لعدم وجود اعصائيات متباينه ( مشروع جديد ) المطلوب :
- ١- رسم المخطط الشبكي
  - ٢- المعدل المتوقع لانجاز الفعالية والتباين والاحتراف لكل فعالية
  - ٣- تحديد Critical Path والمعدل المتوقع للمدة الكلية للمشروع
  - ٤- التقدير لتفاؤل (  $a_t$  ) والتقدير المتشائم (  $b_t$  ) للمدة الكلية لتنفيذ مشروع
  - ٥- ماهي احتمالية اكمال المشروع في 24

Sol:-

Activity	Preceded by	a	M	b	t	$\sigma^2$	$\sigma$	$E_s$	$E_f$	LS	L.F	T.F	C.P
A	—	4	6	8	6	4/9	2/3	0	6	0	6	0	*
B	—	1	4.5	5	4	4/9	2/3	0	4	5	9	5	
C	A	3	3	3	3	0	0	6	9	6	9	0	*
D	A	4	5	6	5	1/9	1/3	6	11	15	20	9	
E	A	0.5	1	1.5	1	1/36	1/6	6	7	12	13	6	
F	B,C	3	4	5	4	1/9	1/3	9	13	9	13	0	*
G	B,C	1	1.5	5	2	4/9	2/3	9	11	16	18	7	
H	E,F	5	6	7	6	1/9	1/3	13	19	14	20	1	
I	E,F	2	5	8	5	1	1	13	18	13	18	0	*
J	D,H	2.5	2.75	4.5	3	1/9	1/3	19	22	20	23	1	
K	G,I	3	5	7	5	4/9	2/3	18	23	18	23	0	*

$$t_A = \frac{4+4*6+8}{6} = 6$$

$$\sigma_A^2 = \left(\frac{b-a}{6}\right)^2 = \left(\frac{8-4}{6}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

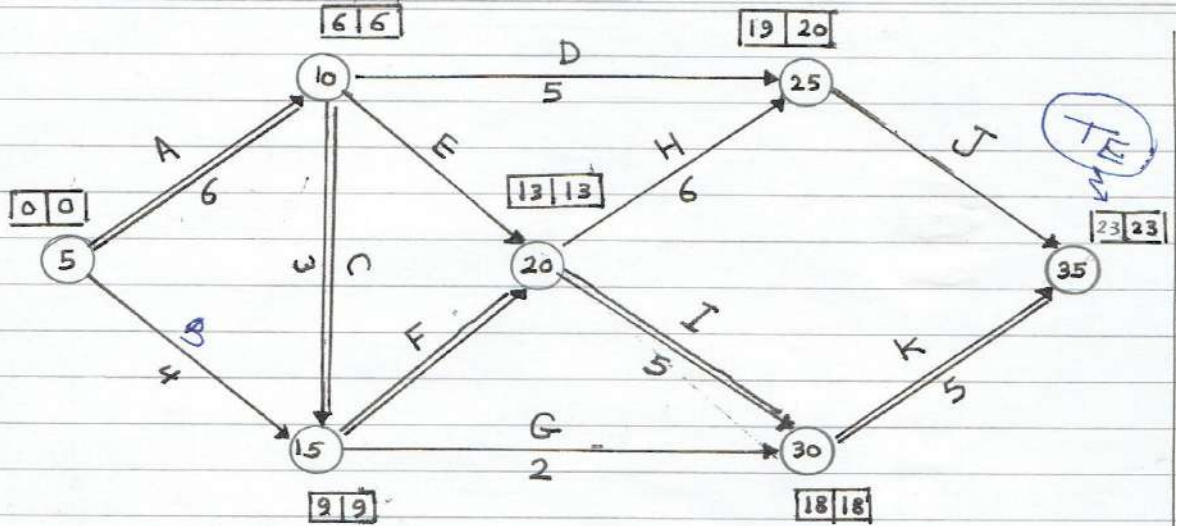
$$\sigma_A = \sqrt{\sigma_A^2} = \frac{2}{3}$$

$$t_D = \frac{4+4*5+6}{6} = 5$$

$$\sigma_D^2 = \left(\frac{6-4}{6}\right)^2 = \frac{1}{9} \quad \sigma_D = \frac{1}{3}$$



المحاضرة (٤)



③ Activity on Critical path ( انفايت على مسار حرج )  
A, C, F, I, K

المدة المتوقعة للمدة الكلية للمشروع = 6 + 3 + 4 + 5 + 5 = 23 week

⑤  $T_E = 23$

$T_S = 24$

$$\sigma_{Path}^2 = \sigma_A^2 + \sigma_C^2 + \sigma_F^2 + \sigma_I^2 + \sigma_K^2$$

$$= \frac{4}{9} + 0 + \frac{1}{9} + 1 + \frac{4}{9} = 2$$

$\sigma = \sqrt{2} = 1.414$

$$Z = \frac{T_S - T_E}{\sigma} = \frac{24 - 23}{1.414} = 0.71$$

نذهب الى الجدول بخزينة الاحتمالية = 0.7611.

احتمالية اكمال المشروع في 24 اسبوع = 76%

المحاضرة (٤)

④ التقدير المتفائل للمدة للمشروع =  $t_e - 3\sigma$   
 $= 23 - 3 * 1.0414 = 18.75 \text{ week}$

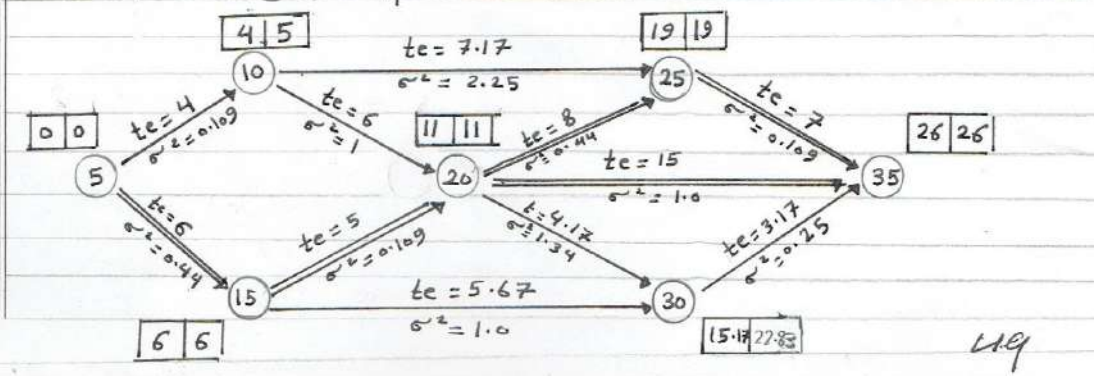
التقدير المتشائم للمدة للمشروع =  $t_e + 3\sigma$   
 $= 23 + 3 * 1.0414 = 27.25 \text{ week}$

مثال :-

كف مهندس التخطيط والمتابعة لاجد المشاريع الانشائية باعداد جدول زمني  
 لفعاليت المشروع وحسب ما مبين في الجدول ادناه وحسب طريقة تقويم ودراسه البرامج  
 (PERT) المطلوب رسم المخطط الشبكي ⑤ احتمالية اتمام المشروع في 26 شهر  
 ③ مدة المشروع لا يماز المشروع و باحتمالية 90%  
 ④ احتمالية اتمام المشروع في 27 شهر

Sol:-

Activity	a	m	b	$t_e$	$\sigma_e^2$	$\sigma_e$
5-10	3	4	5	4	0.169	0.33
5-15	4	6	8	6	0.44	0.66
10-20	3	6	9	6	1.0	1.0
10-25	3	7	12	7.17	2.25	1.5
15-20	4	5	6	5	0.169	0.33
15-30	2	6	8	5.67	1.0	1.0
20-25	6	8	10	8	0.44	0.66
20-30	1	4	8	4.17	1.34	1.16
20-35	12	15	18	15	1.0	1.0
25-35	6	7	8	7	0.169	0.33
30-35	2	3	5	3.17	0.25	0.50





المحاضرة (٤)

②

Critical path I = 5 - 15 - 20 - 25 - 35

Critical path II = 5 - 15 - 20 - 35

$$\sigma_1 = \sqrt{(0.44) + 0.109 + 0.44 + 0.109} = 1.048$$

$$\sigma_2 = \sqrt{0.44 + 0.109 + 1.0} = 1.244$$

} نختار القيمة الأكبر

$$Z = \frac{T_s - T_E}{\sigma_E} = \frac{26 - 26}{1.244} = 0$$

If  $Z = 0$  Probability = 50%

③ If Probab. = 90%

من الجدول  
نرى في الجدول ونجد فيه  $Z$  وسأولى 1.28  
%90 = (0.8997)

$$Z = \frac{T_s - T_E}{\sigma_E}$$

$$1.28 = \frac{T_s - 26}{1.244} \Rightarrow T_s = 27.6 \text{ month}$$

④

$$Z = \frac{27 - 26}{1.244} = 0.8$$

Probability = 0.7881 ≈ 79%  
من الجدول

المحاضرة (٤)

H.W ① مشروع صغير يتكون من عدد من لفعاليات و كما مبين في الجدول  
رصد مبلغ 100 مليون دينار لاكمال المشروع في 26 اسبوع  
هل هناك جدوى من صرف مبالغ اضافية مقدارها 15 مليون دينار للاختصار لفعالية  
E اربعة اسابيع

Activity	Preceded by	$t_e$	$\sigma_e$
A	—	6	2
B	—	3	1
C	A	6	1
D	A	15	2
E	C, B	12	2

H.W ②

Construct the PERT Net work for the data shown below and determine the expected finish date, & Probability of finishing the works in 25 months

Activity	a	m	b
5-10	6	9	15
5-15	2	4	8
10-20	6	8	10
15-25	4	7	12
20-45	2	3	6
25-30	4	7	9
25-35	5	9	11
30-40	1	2	4
35-40	2	3	5
40-50	2	4	5
45-50	1	4	6
50-55	2	3	5



المحاضرة ( ٤ )

تكملة الجدول A

z	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
+0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
+0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
+0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
+0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
+0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
+0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
+0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
+0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
+0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8079	0.8106	0.8133
+0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
+1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
+1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
+1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
+1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
+1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
+1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
+1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
+1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
+1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
+1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
+2.0	0.9773	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
+2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
+2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
+2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
+2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
+2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
+2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
+2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
+2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
+2.9	0.9981	0.9982	0.9983	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
+3.0	0.9986	0.9986	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9990
+3.1	0.9990	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992
+3.2	0.9993	0.9993	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995
+3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996
+3.4	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997
+3.5	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998

مساحات تحت منحنى التوزيع الطبيعي

z	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.04
-3.3	0.00017	0.00017	0.00018	0.00019	0.00019	0.00020
-3.4	0.00024	0.00025	0.00026	0.00027	0.00028	0.00029
-3.3	0.00035	0.00036	0.00038	0.00039	0.00040	0.00042
-3.2	0.00050	0.00052	0.00054	0.00056	0.00058	0.00060
-3.1	0.00071	0.00074	0.00076	0.00079	0.00082	0.00085
-3.0	0.00100	0.00104	0.00107	0.00111	0.00114	0.00118
-2.9	0.0014	0.0014	0.0015	0.0015	0.0016	0.0016
-2.8	0.0019	0.0020	0.0021	0.0021	0.0022	0.0023
-2.7	0.0026	0.0027	0.0028	0.0029	0.0030	0.0031
-2.6	0.0036	0.0037	0.0038	0.0039	0.0040	0.0041
-2.5	0.0048	0.0049	0.0051	0.0052	0.0054	0.0055
-2.4	0.0064	0.0066	0.0068	0.0069	0.0071	0.0073
-2.3	0.0084	0.0087	0.0089	0.0091	0.0094	0.0096
-2.2	0.0110	0.0113	0.0116	0.0119	0.0122	0.0125
-2.1	0.0143	0.0146	0.0150	0.0154	0.0158	0.0162
-2.0	0.0183	0.0188	0.0192	0.0197	0.0202	0.0207
-1.9	0.0233	0.0239	0.0244	0.0250	0.0256	0.0262
-1.8	0.0294	0.0301	0.0307	0.0314	0.0322	0.0329
-1.7	0.0367	0.0375	0.0384	0.0392	0.0401	0.0409
-1.6	0.0455	0.0465	0.0475	0.0485	0.0495	0.0505
-1.5	0.0539	0.0571	0.0582	0.0594	0.0606	0.0618
-1.4	0.0681	0.0694	0.0708	0.0721	0.0735	0.0749
-1.3	0.0823	0.0838	0.0853	0.0869	0.0885	0.0901
-1.2	0.0895	0.1003	0.1020	0.1038	0.1057	0.1075
-1.1	0.1170	0.1190	0.1210	0.1230	0.1251	0.1271
-1.0	0.1379	0.1401	0.1423	0.1446	0.1469	0.1492
-0.9	0.1611	0.1635	0.1660	0.1685	0.1711	0.1736
-0.8	0.1867	0.1894	0.1922	0.1949	0.1977	0.2005
-0.7	0.2148	0.2177	0.2207	0.2236	0.2266	0.2297
-0.6	0.2451	0.2483	0.2514	0.2546	0.2578	0.2611
-0.5	0.2776	0.2810	0.2843	0.2877	0.2912	0.2946
-0.4	0.3121	0.3156	0.3192	0.3228	0.3264	0.3300
-0.3	0.3483	0.3520	0.3557	0.3594	0.3632	0.3669
-0.2	0.3859	0.3897	0.3936	0.3974	0.4013	0.4052
-0.1	0.4247	0.4286	0.4325	0.4364	0.4404	0.4443
-0.0	0.4641	0.4681	0.4721	0.4761	0.4801	0.4840

$P(x \leq C)$  represents the probability that the project will be completed on or before the C time u This can be converted into the standard normal statistic z as:

$$p \left[ \frac{x - \mu}{\sigma} \leq \frac{C - \mu}{\sigma} \right] = P \left[ Z \leq \frac{C - \mu}{\sigma} \right]$$

المحاضرة ( ٤ )

**Example** Consider Table 1 summarizing the details of a project involving 11 activities Table 1 Details of Project with 11 Activities

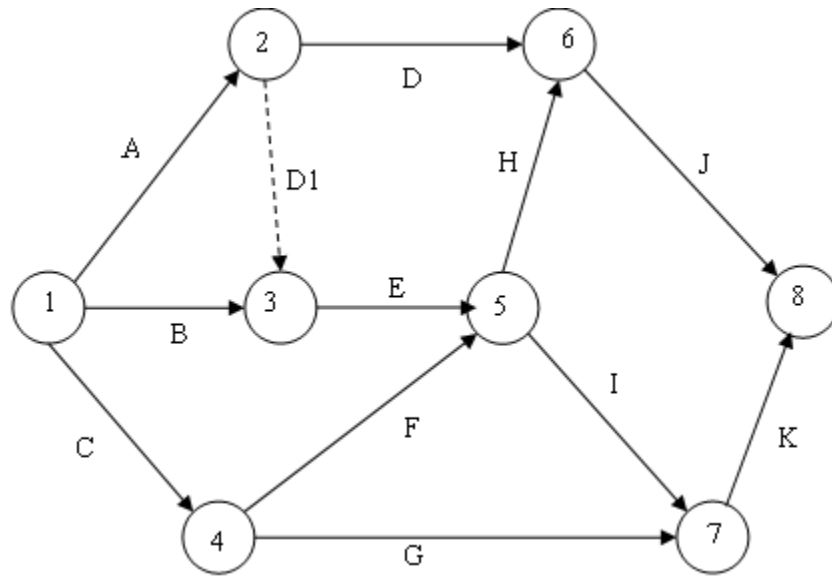
Activity	Predecessor(s)	Duration (weeks)		
		$t_o$	$t_m$	$t_p$
A	—	6	7	8
B	—	1	2	9
C	—	1	4	7
D	A	1	2	3
E	A, B	1	2	9
F	C	1	5	9
G	C	2	2	8
H	E, F	4	4	4
I	E, F	4	4	10
J	D, H	2	5	14
K	I, G	2	5	8

- Construct the project network.
- Find the expected duration and variance of each activity.
- Find the critical path and the expected project completion time.
- What is the probability of completing the project on or before 25 weeks?
- If the probability of completing the project is 0.84, find the expected project completion  $t$

**Solution** (a) The project network is shown in Figure 1.



المحاضرة ( ٤ )



(b) The expected duration and variance of each activity are shown in Table 1.

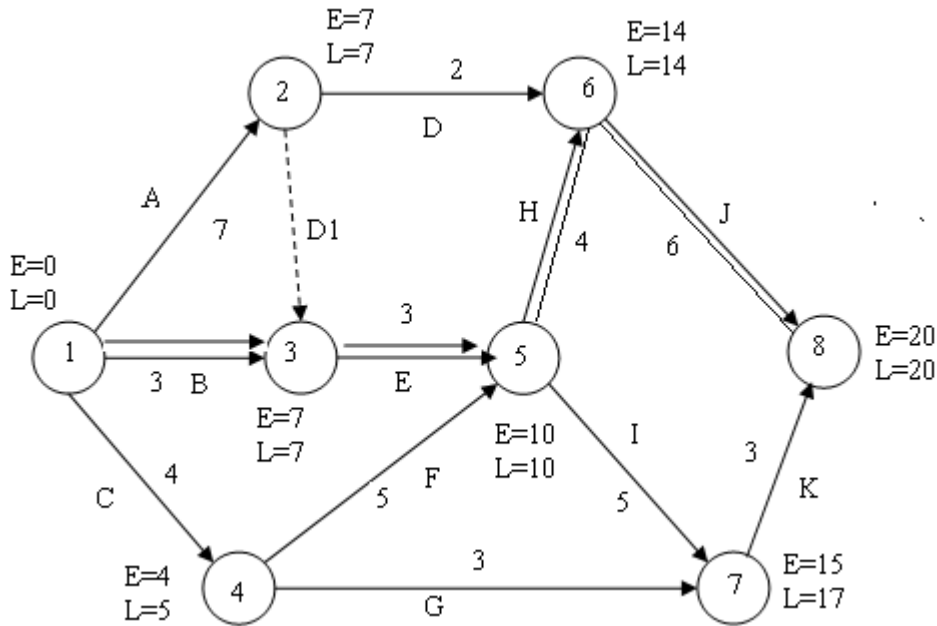
**Table 2** Computations of Expected Duration and Variance

Activity	Duration (weeks)			Mean duration	Variance
	$t_o$	$t_m$	$t_p$		
A	6	7	8	7	0.11
B	1	2	9	3	1.78
C	1	4	7	4	1.00
D	1	2	3	2	0.11
E	1	2	9	3	1.78
F	1	5	9	5	1.78
G	2	2	8	3	1.00
H	4	4	4	4	0.00
I	4	4	10	5	1.00
J	2	5	14	6	4.00
K	2	2	8	3	1.00

(c) The calculations of critical path based on expected durations are summarized in Figure

2. The critical path is A-DI –E-F-J and the corresponding project completion time is 20 weeks.

المحاضرة ( ٤ )



\*D1 — Dummy activity

(d) The sum of the variances of all the activities on the critical path is:

$$0.11 + 1.78 + 0.00 + 4.00 = 5.89 \text{ weeks.}$$

Therefore  $\sigma = \sqrt{5.89} = 2.43$  weeks. Also

$$P(x \leq 25) = P\left(\frac{x - \mu}{\sigma} \leq \frac{25 - 20}{2.43}\right) = P(z \leq 2.06) = 0.9803.$$

This value is obtained from standard normal table. Therefore, the probability of completing the project on or before 25 weeks is 0.9803.

(e) We also have  $P(x \leq C) = 0.84$ . Therefore,

$$P\left(\frac{x - \mu}{\sigma} \leq \frac{C - \mu}{\sigma}\right) = 0.84$$

$$P\left(z \leq \frac{C - 20}{2.43}\right) = 0.84$$

From the standard normal table, the value of  $z$  is 0.99, when the cumulative probability is 0.84.

Therefore,

$$\frac{C - 20}{2.43} = 0.99 \quad \text{or} \quad C = 22.4 \text{ weeks}$$

The project will be completed in 22.41 weeks (approximately 23 weeks) if the probability of completing the project is 0.84.



المحاضرة ( ٤ )

**EXERCISES:**

1- Consider the following data of a project.

Activity	Predecessor(s)	Duration (weeks)		
		a	m	b
A	—	3	5	8
B	—	6	7	9
C	A	4	5	9
D	C	A	4	5
D	B	3	5	8
E	A	4	6	9
F	C, D	5	8	11
G	C, D, E	3	6	9
H	F	1	2	9

- Construct the project network.
- Find the expected duration and variance of each activity.
- Find the critical path and the expected project completion time.
- What is the probability of completing the project on or before 30 weeks?
- If the probability of completing the project is 0.9, find the expected project completion time.

2- Consider the following table summarizing the details of a project:

Activity	Predecessor(s)	Duration (weeks)		
		a	m	b
A	—	4	4	10
B	—	1	2	9
C	—	2	5	14
D	A	1	4	7
E	A	1	2	3
F	A	1	5	9
G	B, C	1	2	9
H	C	4	4	4
I	D	2	2	8
J	E, G	6	7	8
K	F, H	2	2	8
L	F, H	5	5	5
M	I, J, K	1	2	9
N	L	6	7	8



المحاضرة ( ٤ )

---

- (a) Construct the project network.
- (b) Find the expected duration and variance of each activity.
- (c) Find the critical path and the expected project completion time.
- (d) What is the probability of completing the project on or before 35 weeks'?
- (e) If the probability of completing the project is 0.85, find the expected project completion time.

## The Construction Industry (الصناعة الإنشائية):

The construction industry is vast and varied. Just take a look around—from homes to highways to hospitals—and you see the results of this industry.

As our needs expanded, so did our building capabilities. We eventually built political capitals, great cities bustling with business and commerce. Though the means and the methods have changed over the centuries, the construction industry is still about building communities that serve people. Construction is big business, totaling more than \$3.9 trillion annually Worldwide, and there is no slowdown in sight. The industry employs about 7 million people directly (plumbers, carpenters, welders, and so on) and hundreds of thousands more indirectly. It gives rise to the steel industry, the lumber industry, the carpet industry, the furniture industry, the paint industry, the concrete industry, the paving industry, and so on. It goes even further than that if you consider the trucking, shipping, manufacturing, and mining industries.

There are three principal players in any construction project are the owner, the designers (architects and engineers), and the contractor

### Owners (اصحاب العمل)

No construction would ever be accomplished without owners. They are the driving force behind the construction industry. Their demands for housing, commercial facilities, industrial products, and infrastructure are the chief motivation to build.

### Architects (المعماريون)

Architects design the overall aesthetic and functional look of buildings and other structures. Architectural technicians are typically the drafters of the building plans. They are the ones who actually produce the drawings that are used for construction. Today drafters have become computer operators and produce their drawings electronically using computer-aided design (CAD) software. Some CAD operators have expanded their skills to include 3D building information modeling (BIM) as well. As the trend toward information modeling continues, these technicians will become more and more valuable in the marketplace.

**Specification writers** accompanying ( ارفاق ) the plans for a new building is a written project manual that contains the specifications for the project. The