**Differentiable functions الدوال القابلة للإشتقاق**

تكتب بالشكل عند , فإن مشتقة الدالة دالة معقدة معرفة على كل نقاط الجوار للنقطة  **تعريف.** لتكن

وتعرف بالمعادلة

بشرط أن الغاية موجودة.

فإن في المعادلة إذا تحقق الشرط أعلاه فإذا وضعنا قابلة للإشتقاق عند النقطة ونقول الدالة

يمكن إعادة صياغتها بالصورة

للمشتقة يكون معرفاً كالآتي الآن لتكن

إستخدم التعريف لإيجاد **مثال:** لتكن

**الحل .**

ومن الجدير بالذكر هنا أن خواص مشتقات تكون وبشكل عام فإن الصيغة النهائية للمشتقة بعد إسقاط

حيثالدوال العقدية هي نفسها خواص مشتقات الدوال الحقيقية بالإضافة عند حساب الغاية فيجب أن ننتبه للقيم العقدية

فإذا وجدنا مسارين مختلفين لهذه الغاية فإن الدالة العقدية تكون غير قابلةالغاية لهذه القيمة لاتعتمد على مسار

للإشتقاق وتوضيح ذلك في المثال الآتي:

, اثبت أنها غير قابلة للإشتقاق .**مثال:** إذا كانت الدالة

**الحل.**

على طول الخط الموازي للمحور الحقيقي ندرس الغاية لمسارين مختلقين للنقطة , فإذا كان الإقتراب الأول للنقطة

, وعليه يكون فإن

وعليه يكون فإن على طول الخط الموازي للمحور التخيلي أما إذا كان الإقتراب للنقطة

غير قابلة للإشتقاق لإختلاف قيمة الغاية.ومن أعلاه نجد أن

إثبت أن المشتقة موجودة فقط عند الصفر **مثال:** لتكن الدالة العقدية المعرفة بدلالة القيم الحقيقية كالآتي

وليس في أي مكان آخر.

**الحل.**

على الترتيبوكما في المثال أعلاه وبنفس الإتجاهات إلى النقطة 0 يكون لدينا

فإن وعليه عندما يكون

وعندما

فإن وهنا إذا كانت الغاية موجودة ووحيدة عندما

موجودة فإنه من العبارة ولإثبات أن غير موجودة عند وعليه فإن

موجودة. ونستنتج أن وعندما

بينما هذه الدالة مستمرة عند كل نقاط المستوي لذلك الإستمرارية للدالة عند نقطة لا تؤدي إلى قابلية الإشتقاق للدالة بينما إذا قابلة للإشتقاق عند كانت الدالة قابلة للإشتقاق عند نقطة فإنها مستمرة عند تلك النقطة ولبرهنة ذلك نفرض أن الدالة ونكتب هذا رياضياً كالآتي:

. عند نقطة وهذا تعريف مكافئ للإستمرارية للدالة

**خواص الدوال القابلة للإشتقاق**

, فإن دوال قابلة للإشتقاق عند النقطة **نظرية .** لتكن كل من

Cauchy-Riemann's Equations  **معادلتا كوشي – ريمان**

للدالة العقديةفي هذا البند نحصل على زوج من المعادلات ذات المشتقات الجزئية من الرتبة الأولى للدوال الحقيقية

والتي تكون بالشكل الآتي:القابلة للإشتقاق عند

والعالم الألماني A.L. Cauchyوهذا الزوج من المعادلات أكتشف سابقاً من قبل العالم الرياضي الفرنسي

. G.F. Riemann

ونبدأ بوضع

تعطى بالصورة الآتية: لنفرض أن المشتقة

موجودة , لذلك يكون لدينا

*بأي طريقة نختاره وبصورة خاصة إذا كان الأقتراب إلى*   *تذهب إلى* ومن خلال ما ورد أعلاه فإن

*تصبح فإن أفقياً خلال النقطة*

لذلك

ويكون

*نستنتج أن وبالتعويض في عند النقطة هي المشتقات الجزئية الأولية بالنسبة للمتغير* حيث أن

تصبح فإن عمودياً خلال النقطة والآن وبنفس الطريقة بإمكاننا أن ندع

لذلك يكون

وأيضاً يكون

*نستنتج أن وبالتعويض في عند النقطة هي المشتقات الجزئية الأولية بالنسبة للمتغير* حيث أن

في كلتا الحالتين نستنتج أن ومن قيم المشتقة

(Cauchy-Riemann Equations)وهما معادلتي كوشي وريمان

ومن الممكن تلخيص النتائج التي حصلنا عليها أعلاه كالآتي من خلال إعطاء الشرط الضروري لتحقيق معادلتي كوشي ريمان .