فإن المشتقات الجزئية موجودة عند النقطة **نظرية-.** لتكن

وتحقق معادلتي كوشي – ريمان موجودة عند النقطة الأولى للدوال

يمكن كتابتها بالصورة والدالة

, إثبت انها تحقق معادلتي كوشي-ريمان .**مثال :** لتكن

لذلك يكون لدينا بدلالة **الحل .** نعيد كتابة الدالة القابلة للإشتقاق

إذن

الآن نجد كل من

نلاحظ أن معادلتي كوشي-ريمان متحققة حيث أن

الآن نعطي الشرط الكافي لكي تكون الدالة قابلة للإشتقاق من خلال النظرية الاتية حيث أن الدالة التي تحقق كوشي-ريمان ليس بالضرورة أن تكون قابلة للإشتقاق.

معرفة كالآتي: **نظرية .** لتكن الدالة

ونفرض أن خلال جوار النقطة (

موجودة عند كل نقطة من نقاط الجوار.أ. المشتقات الجزئية الأولى للدوال

وتحقق معادلتي كوشي-ريمان أيضاً مستمرة عند ب. المشتقات الجزئية الأولى للدوال

,عند

وقيمة المشتقة عندئذٍ هي قابلة للإشتقاق عند فإن الدالة

حيث **البرهان .** ليكن الشرطان الأول والثاني متحققان ولتكن

بالإضافة

حيث

وعليه يكون لدينا

حيث

عندما

في المعادلة نحصل على بالتعويض عن قيم

ومن معادلتي كوشي-ريمان حيث

هذا يؤدي الى ولكن

ونستنتج أن

يقترب من الصفر لذلك وهذا يعني أن الطرف الأيمن لكلا المتغيرين يذهبان للصفر كما المتغير

موجودة.تكون الدالة

قابلة للإشتقاق عند كل نقاط **مثال: اثبت ان** الدالة

**الحل.**

جميعها دوال مستمرة لكل قيم نستنتج من ذلك أن معادلتي كوشي-ريمان متحققة بالإضافة إلى إن

قابلة للإشتقاق ولحساب المشتقة نستطيع كتابة ولذلك تكون الدالة

**]**

فقط قابلة للإشتقاق على النقاط التي تقع على المستقيم**مثال:** الدالة

**الحل .** لإثبات ذلك نلاحظ أن

وبحساب المشتقات الجزئية يكون لدينا

أي أن المشتقات الجزئية أعلاه مستمرة ومعادلتي كوشي-ريمان تكون متحققة فقط إذا كان

وبناءً على النظرية السابقة وعليه تكون كوشي-ريمان متحققة إذا كان وهذا مكافئ إلى أن

قابلة للإشتقاق فقط عند النقاط التي تقع على المستقيمفإن

**معادلتي كوشي-ريمان بالصيغة القطبية**

*تكتب بالصورة الآتية فإن الدالة* عند استخدام الإحداثيات القطبية

دوال حقيقية والنظرية الآتية توضح لنا كيفية كتابة معادلتي كوشي-ريمان بالشكل القطبي , وبرهانها يترك حيث

كتمرين للطالب.

فإذا كانت المشتقات دالة مستمرة معرفة على جوار النقطة  **نظرية .** لتكن

ومعادلتي كوشي-ريمان مستمرة عند النقطة الجزئية

تكتب بإحدى الصيغ الآتية ومشتقتها قابلة للإشتقاق عند متحققة فإن الدالة

بإستخدام معادلتي كوشي-ريمان بالصيغة القطبية وإثبت أنها قابلة أكتب حيث **مثال :** لتكن الدالة

الغير صفرية.للإشتقاق لكل قيم

**الحل .**

الآن نكتب معادلتي كوشي-ريمان بالصيغة القطبية كالآتي:

وبالإعتماد على النظرية السابقة نجد أن قابلة للإشتقاق عند وبما أنها متحققة , لذلك فالدالة