فإن المشتقات الجزئية موجودة عند النقطة **نظرية-.** لتكن

 وتحقق معادلتي كوشي – ريمان موجودة عند النقطة الأولى للدوال

 يمكن كتابتها بالصورة والدالة

 , إثبت انها تحقق معادلتي كوشي-ريمان .**مثال :** لتكن

 لذلك يكون لدينا بدلالة **الحل .** نعيد كتابة الدالة القابلة للإشتقاق

إذن

 الآن نجد كل من

نلاحظ أن معادلتي كوشي-ريمان متحققة حيث أن

الآن نعطي الشرط الكافي لكي تكون الدالة قابلة للإشتقاق من خلال النظرية الاتية حيث أن الدالة التي تحقق كوشي-ريمان ليس بالضرورة أن تكون قابلة للإشتقاق.

 معرفة كالآتي: **نظرية .** لتكن الدالة

 ونفرض أن خلال جوار النقطة (

 موجودة عند كل نقطة من نقاط الجوار.أ. المشتقات الجزئية الأولى للدوال

 وتحقق معادلتي كوشي-ريمان أيضاً مستمرة عند ب. المشتقات الجزئية الأولى للدوال

,عند

 وقيمة المشتقة عندئذٍ هي قابلة للإشتقاق عند فإن الدالة

 حيث **البرهان .** ليكن الشرطان الأول والثاني متحققان ولتكن

 بالإضافة

حيث

وعليه يكون لدينا

حيث

عندما

 في المعادلة نحصل على بالتعويض عن قيم

ومن معادلتي كوشي-ريمان حيث

 هذا يؤدي الى ولكن

ونستنتج أن

 يقترب من الصفر لذلك وهذا يعني أن الطرف الأيمن لكلا المتغيرين يذهبان للصفر كما المتغير

 موجودة.تكون الدالة

 قابلة للإشتقاق عند كل نقاط **مثال: اثبت ان** الدالة

 **الحل.**

 جميعها دوال مستمرة لكل قيم نستنتج من ذلك أن معادلتي كوشي-ريمان متحققة بالإضافة إلى إن

 قابلة للإشتقاق ولحساب المشتقة نستطيع كتابة ولذلك تكون الدالة

 **]**

فقط قابلة للإشتقاق على النقاط التي تقع على المستقيم**مثال:** الدالة

**الحل .** لإثبات ذلك نلاحظ أن

وبحساب المشتقات الجزئية يكون لدينا

 أي أن المشتقات الجزئية أعلاه مستمرة ومعادلتي كوشي-ريمان تكون متحققة فقط إذا كان

 وبناءً على النظرية السابقة وعليه تكون كوشي-ريمان متحققة إذا كان وهذا مكافئ إلى أن

 قابلة للإشتقاق فقط عند النقاط التي تقع على المستقيمفإن

 **معادلتي كوشي-ريمان بالصيغة القطبية**

 *تكتب بالصورة الآتية فإن الدالة* عند استخدام الإحداثيات القطبية

 دوال حقيقية والنظرية الآتية توضح لنا كيفية كتابة معادلتي كوشي-ريمان بالشكل القطبي , وبرهانها يترك حيث

كتمرين للطالب.

 فإذا كانت المشتقات دالة مستمرة معرفة على جوار النقطة  **نظرية .** لتكن

 ومعادلتي كوشي-ريمان مستمرة عند النقطة الجزئية

 تكتب بإحدى الصيغ الآتية ومشتقتها قابلة للإشتقاق عند متحققة فإن الدالة

بإستخدام معادلتي كوشي-ريمان بالصيغة القطبية وإثبت أنها قابلة أكتب حيث **مثال :** لتكن الدالة

 الغير صفرية.للإشتقاق لكل قيم

**الحل .**

الآن نكتب معادلتي كوشي-ريمان بالصيغة القطبية كالآتي:

 وبالإعتماد على النظرية السابقة نجد أن قابلة للإشتقاق عند وبما أنها متحققة , لذلك فالدالة