**Analytic Functionsالدوال التحليلية**

إذا كانت قابلة للإشتقاق عند كل نقاط يقال انها دالة تحليلية(هلومرفية) عند النقطة  **تعريف.** الدالة العقدية

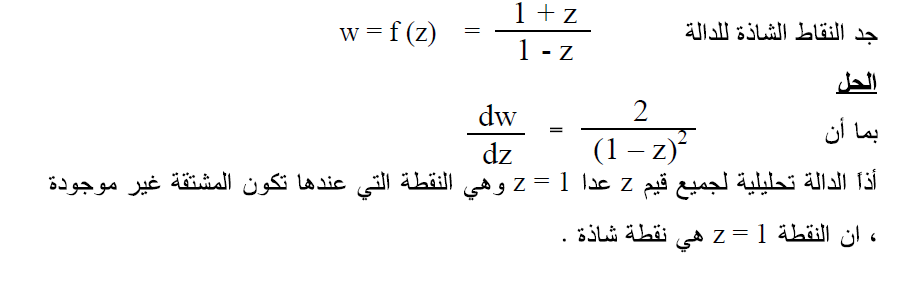
*.*  *D* فإنهاتكون تحليلية ضمن المنطقة  *D* وإذا كانت تحليلية عند كل نقاط المنطقة جوارما للنقطة

.(**Entire Function**) فإنها يقال عليها دالة كلية تحليلية عند كل نقاط المستوي وإذا كانت الدالة

ليست تحليلية تحليلية عند كل نقطة غير صفرية في المستوي المنتهي بينما الدالة **مثال:** الدالة وليس في أي مكان آخر.عند كل نقطة لأن مشتقتها موجودة فقط عندما

ولكنها تحليلية عند بعض نقاط أي جوار للنقطة إذا كانت ليست تحليلية عند النقطة الان إعطاء تعريفا حيث أن الدالة . **(Singular Point)**  نقطة شاذة عندئذٍ تسمى النقطة

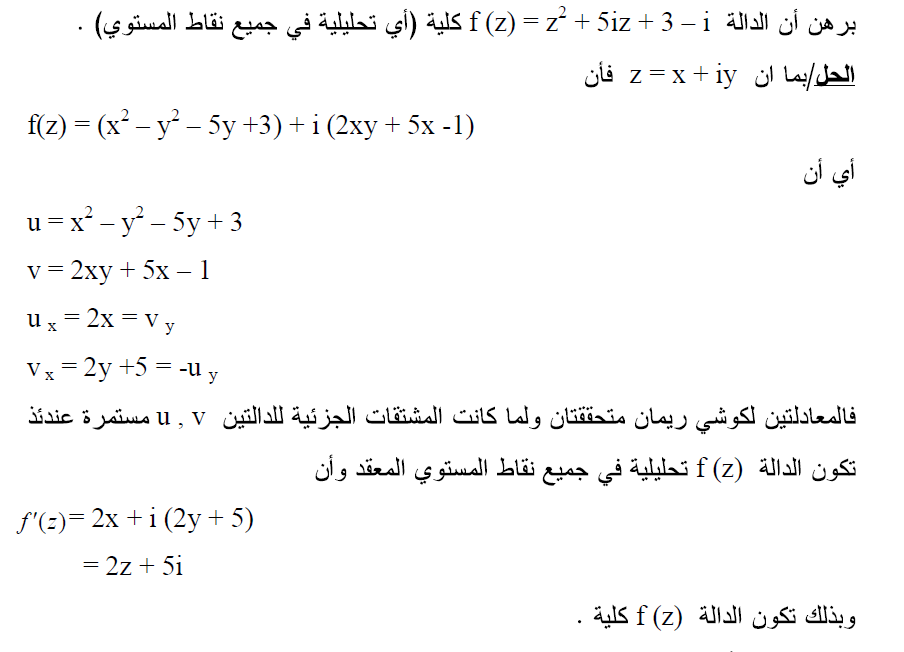
**مثال 33:**



لهما مشتقات جزئية إذا وفقط إذا كان الجزء الحقيقي والتخيلي من *D* تكون دالة تحليلية في مجال  **نظرية**.

*.D*مستمرة من الرتبة الأولى وتحقق معادلتي كوشي-ريمان عند جميع نقاط

**مثال 34 :**

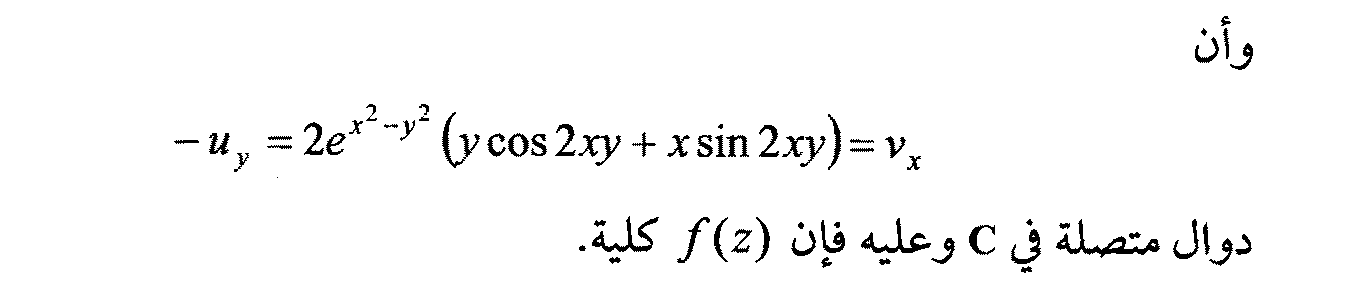
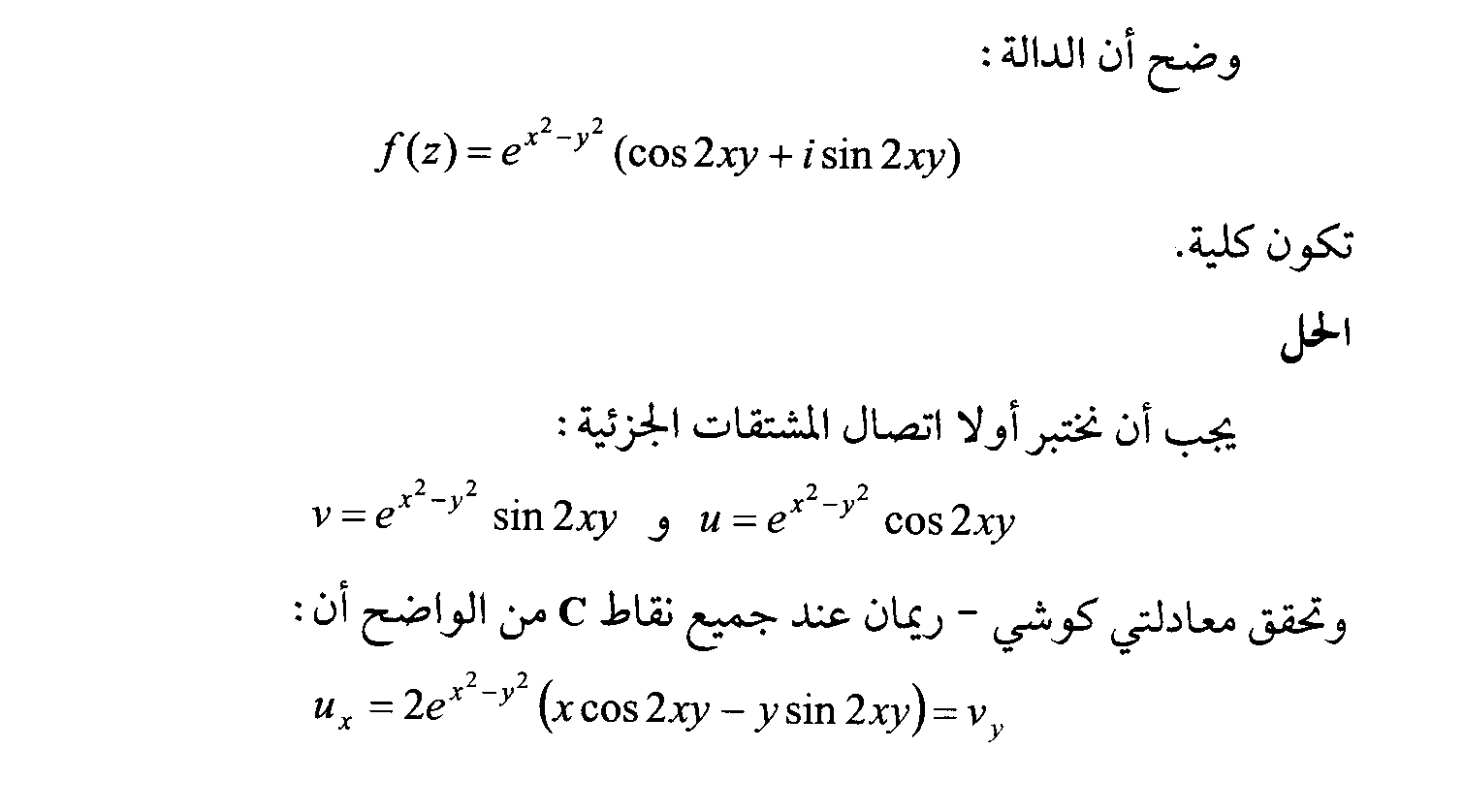


دالة كلية.**مثال 35:**  إثبت أن الدالة

**الحل .** نجد المشتقات الجزئية للدالتين

بالإضافة إلى انها تحقق معادلتي كوشي-ريمان عند كل نقاط المستوي وبالتالي تكون وهذه الدوال الحقيقية مستمرة لكل قيم تحليلية عند كل نقط المستوي لذلك فهي دالة كلية .

**مثال :**



تحليلية عندها حيث **مثال:** حدد النقاط التي تكون الدالة

كالاتي:**الحل .** نعيد كتابة الدالة

كالآتي:ومنها تكون الدوال الحقيقية

الآن نجد مشتقاتها الجزئية من الرتبة الأولى

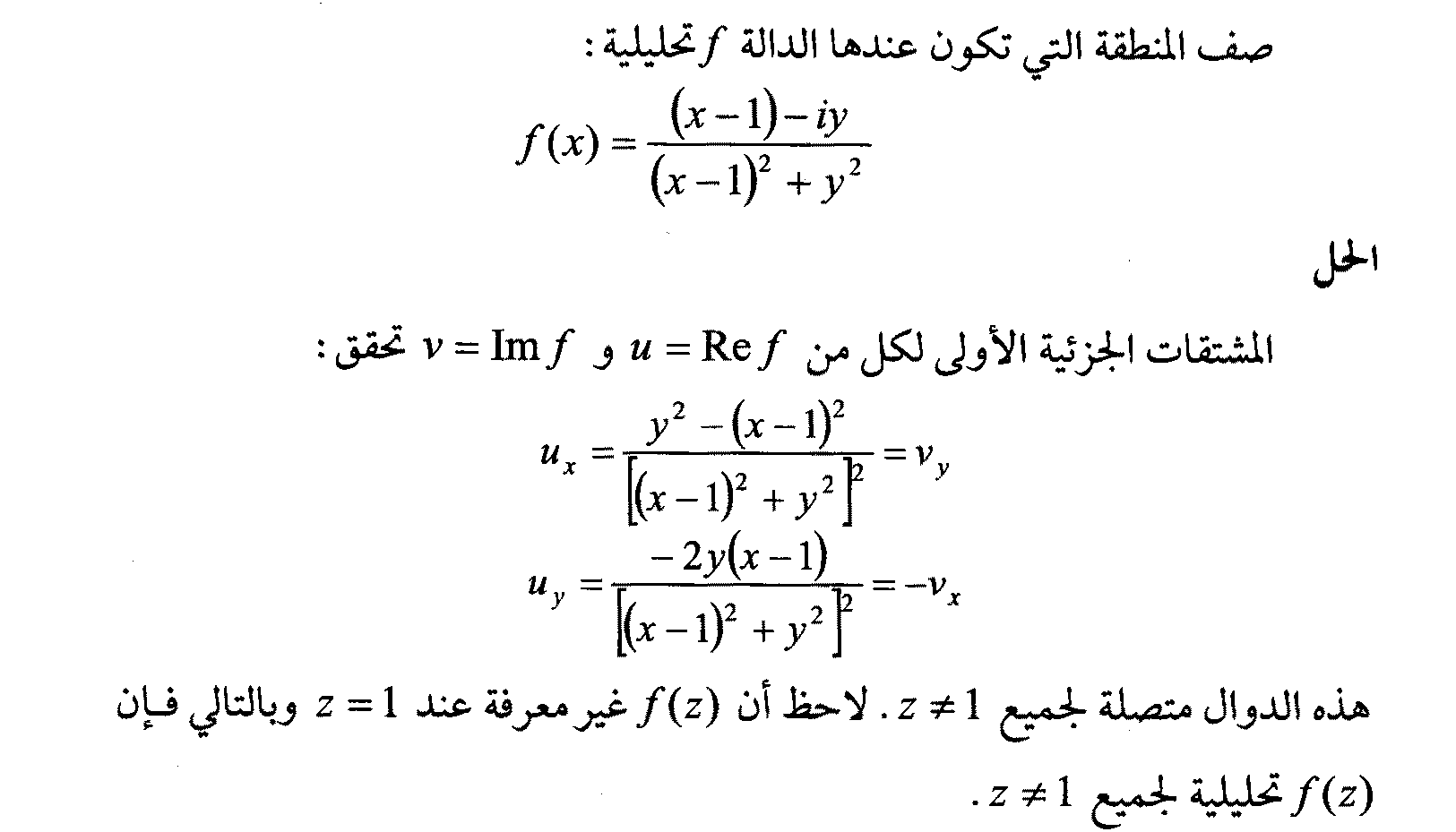
بالنظر إلى قيم المشتقات أعلاه غير أن

فقط عندما يكون بينما

لذلك يكون لدينا

تحليلية فقط على الدائرة مستمرة لذلك نستنتج أن وبما أن جميع المشتقات الجزئية

**مثال:**



تكون ثابتة. في هذا المجال فإن وأن تحليلية عند مجال **نظرية .** إذا كانت الدالة

, عكس هذا أي أن **البرهان .**  لتكن

يكون بأخذ المشتقات الجزئية بالنسبة لـ

وبما أن الدالة تحليلية فهي تحقق معادلتي كوشي-ريمان لذلك نجد

وعليه يكون

وهنا نستنتج أن

وكذلك بنفس الطريقة نستنتج أن

دالة ثابتة. وبالتالي تكون الدالة

يجب أن تكون ثابتة خلال المجال فإن كلاهما تحليلية عند المجال **مثال.** إثبت أن إذا كانت

**الحل .**  لتكن

فتكتب

حيث

تحليلية وبما أن الدالة

أي أن إذن تحقق معادلتي كوشي-ريمان في المجال

تحليلية , إذن نستنتج أن *ومن كون الدالة*

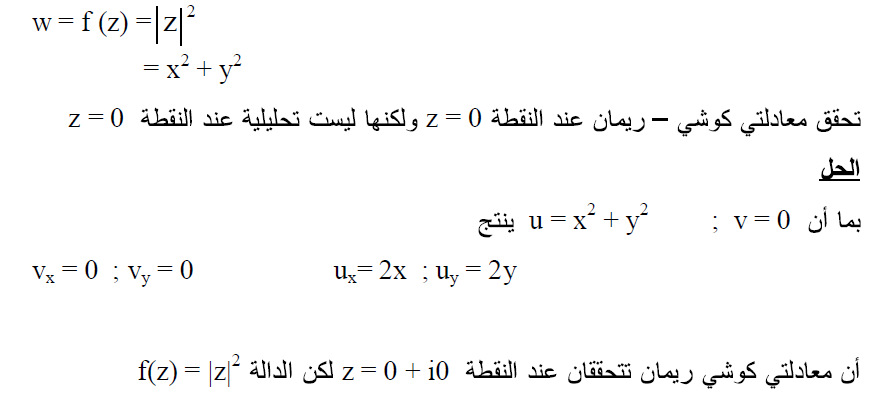
*نجد أن بالنظر للعلاقات*

. في المجال بما يقابلها نستنتج بجمع المعادلتين

بما يقابلها نجد وكذلك بطرح المعادلتين

وبإستخدام النظرية (2-10) فإن الدالة تكون ثابتة .لذلك

**مثال** : برهن ان الداله



.