وأن دالة مستمرة معرفة على مجموعة مفتوحة تحتوي على الكانتور **)** **:** لتكن- **(متراجحة**

 فإن *لكل*

حيث

 منحني أملس حيث **البرهان .** ليكن

 ملساء فإن حيث فإذا كان

 *إثبت أن*  *كانتور معطى بالصيغة* **مثال:** ليكن

**الحل .** بما أن

فإن

 **(Cauchy-Goursat Theorem) نظرية كوشي- كورسات**

 هو كانتور مغلق بسيط نفرض أن

 لذلك سيكون لدينا داخل وعلى محيط تحليلية عند كل نقطة من نقاط وبإتجاه عكس عقرب الساعة ولتكن الدالة

وإذا فرضنا أن

 نستنتجفإنه و بعد إجراء التكامل على القيمة الحقيقية

ولهذا يكون بعد وضع

 إلى تكامل ثنائي باستخدام نظرية كرين والتي تنص علىومن نتائج التفاضل والتكامل فإننا نستطيع تحويل تكامل المسار

 التـي مع مشتقاتها الجزئية الأولى مستمرة على جميع المنطقة المغلقة أنه إذا كانت الدوال الحقيقية

فإنه تحوي على جميع النقاط الداخلية وعلى محيط الكانتور المغلق البسيط

 ولهذا لذلك تكون مستمرة داخل تحليلية في وبما أن الدالة

وحيث أن معادلتي كوشي-ريمان متحققة لذلك يكون لدينا

هذه النتيجة حصل عليها كوشي في القرن التاسع عشر وكما أسلفنا تعتبر من النتائج المهمة في التكامل العقدي.

كانتور مغلق بسيط فإن **مثال:** إذا كان

 مستمرة كذلك .وذلك لأن الدالة تحليلية في جميع النقاط بالإضافة إلى أن

 يمكن إلغاءه أي ان أول من برهن أن شرط الاستمرارية لـ Goursat وهنا تجدر الإشارة إلى أن العالم كورسات

 لا يشترط أن تكون مستمرة وعليه تم تنقيح النتيجة التي حصل عليها كوشي بحذف شرط الإستمراريــــة للدالة التحليلية

 وهذه النتيجة سميت نظرية كوشي-كورسات والتي سنعرضا في النظرية القادمة .للمشتقة

فإن ( كانتور مغلق بسيط ) يقع داخل , تحليلية على المجال المتصل البسيط  **نظرية.** إذا كانت الدالة

**البرهان .** من نظرية كرين نجد أن

وكذلك

لذلك ينتج لدينا

 فإنه حسب نظرية دالة تحليلية على لذلك وبما ان منحني بسيط مغلق , ولتكن **مثال:** ليكن

كوشي-كورسات

 يقع داخل كانتور مغلق بسيط وبالإتجاه الموجب (عكس عقارب الساعة) حيث **نتيجة .** إذا كان كل من

 وكل النقاط بينهما فإن تحليلية على منطقة مغلقة تحتوي على والدالة

وهذه النتيجة تعطينا بأنه قيمة التكامل لا تتعلق بالطريق المسلوك مادام هذا الطريق هو مغلق وبسيط والدالة تحليلية على مجال يحتويه.

 هو القطع الناقص الذي معادلته حيث **مثال:** إحسب التكامل

 هو الدائرة التي مركزها نقطة الأصل لذلك من الممكن أن نختار غير تحليلية عندما **الحل .** الدالة

 وكما هو موضح بالشكل ونصف قطرها 1 أي أن

وهنا يمكن ملاحظة ما يلي:

. يقع بأكمله داخل القطع الناقص **1.** المنحني

 دالة تحليلية في المنطقة الواقعة بين **2.** الدالة

 دالة تحليلية في كل نقطة من نقاط **3.** الدالة

لذلك حسب النتيجة السابقة يكون لدينا

 حيث لذلك ليكن وبما أن

فإن

ومنه يكون

 , وبشترط ان تكون والمنحني دالة تحليلية في المنطقة الواقعة بين المنحنيات **نظرية .** ليكن

 تحليليـــــــــة على المنحنيات غير متقاطعة مع بعضها وجميعها منحنيات بسيطة مغلقة وكذلك

 عندئذٍ يكون

**. . . .**

**مثال:** إثبت أن

 كانتور كما في الشكل( 4-5)حيث

**الحل .**

لإيجاد التكامل الأول في الطرف الأيمن يكون

وبنفس الطريقة

لذلك يكون الناتج