عندئذٍ يكون وكان دالة تحليلية في منطقة بسيطة الإتصال  **نظرية.** إذا كانت

*ويكون* تحليلية في المنطقة

**البرهان .** من الممكن استعمال الترميز

*والنهاية*   *لهما نفس نقطة البداية* كانتورين في وليكن

منحني بسيط مغلق وباستخدام نظرية كوشي-كورسات ينتج لنا لذلك سيكون لدينا

*وبما ان أيضاً تقع داخل صغيرة بما فيه الكفاية لذلك نقطة ثابتة وليكن* ولبرهنة الجزء الثاني , لتكن

ثابت وعليه يكون حيث نقطة ثابتة فإن

ومن الجهة الأخرى لدينا

مع يربط , مع يربط , مع كانتور يربط النقطة حيث

بحيث أن يوجد , إذن لكل دالة مستمرة عند النقطة وبما ان

فإن إذا كان

يؤدي الى انومن المعادلات اعلاه يكون لدينا

وهذا يعني وعليه يكون الطرف الأيسر يذهب إلى الصفر عندما

وبهذا ينتهي البرهان .

هي أصل مشتقة لها عندئذٍ لأي منحني وكانت دالة تحليلية في منطقة بسيطة الإتصال  **نظرية:** إذا كانت

يكون حيث يصل بين النقطتين

مستقل عن الطريق لأن **البرهان .** من النظرية السابقة نستنتج أن

فإن أصل مشتقة الدالة التحليلية تحليلية ولتكن

ثابت حيث وعليه يكون لكل تحليلية وأن

و

لذلك

وبهذا ينتهي البرهان .

**مثال:** إثبت أن

هي **الحل .** أصل المشتقة للدالة

لذلك

**(Cauchy Integral Formula) صيغة كوشي التكاملية**

ولتكن تحوي دالة تحليلية على منطقة بسيطة الإتصال كانتور مغلق بسيط بالإتجاه الموجب ولتكن ليكن

فإن أي نقطة داخلية تقع داخل

ومن نتيجة مبرهنة كوشي-كورسات بأن التكامل على ما عدا عند النقطة دالة تحليلية في **البرهان .** الدالة

حيث هو نفسه على المنحني المنحني

**.**

أي أن

من الممكن كتابة الطرف الأيمن كالآتي

فإن المعادلة أعلاه تكونإذا ما أخذنا

لتكن

عندما دالة مستمرة ومن الواضح وبما ان

لذلك نستنتج ان

إذن هذا يقابل

وعليه

وبهذا نستنتج أن

وبهذا ينتهي البرهان

وأن حيث **مثال:** إحسب

دالة تحليلية على المستوي العقدي **الحل .** الدالة

نقطة تقع داخل الكانتور وأن

لذلك باستخدام صيغة كوشي التكاملية فإننا نستنتج

ومنه

بالإتجاه الموجب . دائرة حيث **مثال:** إحسب

تقع داخل دالة تحليلية وأن **الحل .** من الواضح

لذلك باستخدام صيغة كوشي التكاملية فإننا نستنتج

ومنه

وأن حيث **مثال:** إحسب

دالة تحليلية على المستوي العقدي **الحل .** الدالة

كما في الرسم وحسب صيغة كوشي التكاملية فإن نقطة تقع داخل الكانتور وأن

**.**

ملاحظه: من صيغة كوشي التكاملية يمكن أن نستنتج أنه إذا كانت الدالة تحليلية عند نقطة فإن جميع مشتقات الدالة عند تلك النقطة تكون أيضا تحليلية .