Poles ,Zeroes and Singular points  **النقاط الشاذة والأصفار والأقطاب**

إعادة تعريف النقطة الشاذة وهي تلك النقطة التي تكون الدالة عندها غير تحليلية وتقسم إلى قسمين النقطة الشاذة المعزولة وغير المعزولة .

لايحوي على بحيث يكون الجوار معزولة إذا وجد **تعريف.** تسمى النقطة الشاذة

نقطة شاذة غير معزولة بمعنى آخر تكون هناك عدد غير منته منأما إذا لم يتحقق هذا فإن نقاط شاذة أخرى غير

النقاط الشاذة للدالة.

.Isolated **ملاحظــــة**. إذا كانت النقاط الشاذة معدودة منتهية فالنقطة الشاذة تكون معزولة

**مثال.** الدالة

وهذه النقاط معزولة.لها نقاط شاذة هي

**مثال .** الدالة

لها نقاط شاذة غير معزولة ولمعرفة ذلك دعنا نجد هذه النقاط كالآتي

وهذا يؤدي إلى أن

لحصلنا على بمكان نقطة شاذة غير معزولة وإذا وضعنا لهذا فإن

لذلك تكون نقطة شاذة غير معزولة . فإنه يوجد هناك نقاط شاذة لذلك لا نستطيع عزل ومهما أخذنا جوار للغاية

مع متسلسلة لورانت نقطة شاذة معزولة **تعريف .** لتكن للدالة

لذلك يمكن تصنيف هذه النقطة كالاتي :

) Removable ). لها نقطة شاذة قابلة للإزالة عند فإن لكل **أ -** إذا كان

لها قطب فإن لكل , عدد صحيح موجب بحيث أن **ب-** لكل (Simple pole). لها قطب بسيط . فإن وإذا كان عند من الرتبة

(Essentially) لها نقطة شاذة أساسية عند فإن لكل عدد صحيح سالب غير منتهٍ **جـ-** إذا كان

دالة معرفة كالآتي **مثال .** لتكن

نقطة شاذة.نلاحظ أن

وإذا كتبنا

نقطة شاذة قابلة للإزالة .فعليه تكون النقطة الشاذة

دالة معرفة كالآتي **مثال .** لتكن

, متسلسلة لورانت لهذه الدالة تكون كالآتي النقطة الشاذة المعزولة

قابلة للإزالة .لذلك تكون النقطة الشاذة

**مثال.** لتكن

تكون أساسية وذلك لأن النقطة الشاذة

متسلسلة لورانت للدالة هي

نقطة شاذة أساسية . فإن لكل وبما أن

فإن إذا كان لكل عند النقطة يقال لها تملك صفراً من الرتبة **تعريف .**الدالة التحليلية

لها صفراً بسيطاً. فإن وإذا كان

إذا وفقط إذا وجدت دالة فإنه يوجد لها صفر من الدرجة (الرتبة) دالة تحليلية عند **نظرية .** لتكن

وتحقق بحيث عند

وهذا يعني فإنه يوجد لها متسلسلة تايلور تقترب عند تحليلية عند **البرهان .** بما أن الدالة

فإن صفر للدالة من الرتبة وإذا كانت

وبالتالي تصبح المتسلسلة

فإن فإذا وضعنا

الإتجاه الثاني في البرهان (يترك كتمرين للطالب)