**Integral along a branch points تكامل الدوال متعددة القيمة حول نقاط الفرع**

 باستثناء الأقطاب للدالة.بأنها دالة ميروفية إذا كانت تحليلية على المستوي العقدي **تعريف .** يقال للدالة

وقد لاحظنا في دراستنا السابقة إلى التعرض لهذا النوع من الدوال وبكثرة ومنها الدالة الكسرية هي دالة ميروفية مع عدد منتهِ

 دالة غـــير هي دوال ميروفية مع عدد غير منتهٍ من الأقطاب البسيطة. بينما الدالة من الأقطاب وكذلك ميروفية لأن 0 ليس قطباً.

 يعرف كالآتي: فإن الفرع للقيمة عدد حقيقي حيث والان لتكن

حيث

 تحليلية في المنطقة ومن هذا نلاحظ أن

 من النظرية الآتية: وباستخدام هذه المعلومات نجد قيمة كوشي الأساسية للتكامل المعتل

 , إذا كانت على الترتيب حيث كثيرات حدود من الدرجة **نظرية .** لتكن

 حيث لها جذر من الرتبة على الأكثر 1 عند نقطة الأصل و لكل

فإن

 أقطاب غير صفرية للدالة الكسرية حيث

 والدائرة التي مركزها كنتور مغلق بسيط وبالإتجاه الموجب المكون من الدائرة التي نصف قطرها **البرهان .** ليكن

 *نختارها لضمان وقــــــــــوع*  والقطعة الواصلة بينهما وباتجاهين مختلفين لتجنب نقطة الفرع وعزلها وطريقة إختيار

 وكما موضح بالشكل داخل الكنتور وهي *الأقطاب للدالة الكسرية*

**.**

**.**

**.**

**.**

**.**

**.**

**.**

**.**

**.**

**.**

**.**

باستخدام نظرية كوشي للرواسب يكون لدينا

 يكون كالآتي فإن المسار وبتجزئة التكامل

إذن التكامل في الطرف الأيسر يكون

 حيث عند اقترابنا من وهنا يجب أن نكون حذرين حيث التكامل في الحدين الأخيرين مختلفين تماما وذلك لإختلاف سعة

النصف العلوي للمستوي فإن

بينما من النصف السفلي للمستوي يكون

لذلك فإن العلاقة (6) تكون كالآتي

 فإنالان لندع

لذلك فإن القيمة الأساسية لكوشي تكون

ولإيجاده التكامل المعتل يجب أن يكون الحدين الأخيرين أصفار لذلك يكون لدينا

 حيث **مثال .** جد القيمة الأساسية لكوشي للتكامل

 لذلك باستخدام النظرية السابقة **الحل .** الدالة لها قطب بسيطعند النقطة الشاذة

وعليه يكون

**مثال .** إثبت أن

**الحل .** هنا سنستخدم الدالة

 *لمحور السينات والدائرة*   *سيتكون من القطعة* لذلك فإن مسار التكامل

 كما في الشكل (6-6)

**.**

شكل 6-6

باستخدام نظرية كوشي للرواسب فإن

وباستخدام قاعدة لوبيتال نستطيع أن نثبت أن

لنحصل على

بتساوي الأجزاء الحقيقية مع بعضها نستنتج أن

***Homework***

1. جد راسب(باقي) الدوال الاتية

ا- ب-

 ج -

1. جد قيمة كل من التكاملات الاتية

أ- حيث

ب- حيث

ج

1. جد قيم كوشي الاساسية لكل من التكاملات الاتية

أ- ب-

ج- د-

1. اثبت ان

 حيث