عنوان المحاضرة :

نموذج سمرفيلد للإلكترون الحر

Summerfield's Free Electron Model

Dr. Ghassan Adnan

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

نموذج سمرفيلد للإلكترون الحر

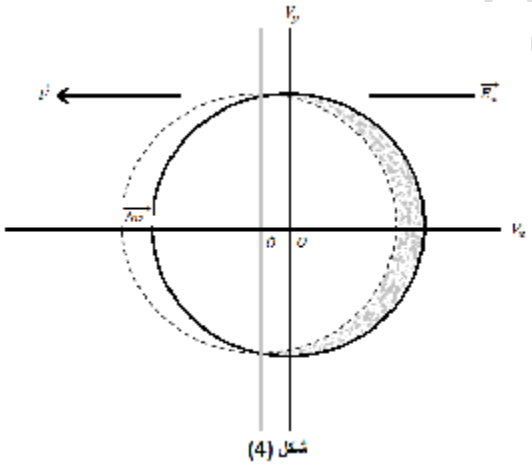
يعتبر سمرفيلد أول من طبق ميكانيك الكم على حركة الالكترونات في المواد الصلبة لمعالجة التوصيل الكهربائي في المعادن ،ويعتبر سمرفيلد رائدا لنظرية الغاز الالكتروني الحر مستفيدا من نظرية لورنتز ولكن بتطبيق احصاء فيرمي – ديراك الكمي بدلا من احصاء ماكسويل – بولتزمان الكلاسيكي. افترض سمرفيلد أن زمن الاسترخاء(τ_r) بين تصادمين متتاليين بين الالكترونات والشبيكة يمكن اعتباره دالة لطاقة الالكترونات ،فعند درجات الحرارة الاعتيادية تكون طاقة معظم الكترونات الغاز الالكتروني الحر لمعدن هي أقل من طاقة فيرمي(E_F) بعدة مرات للكمية (K_BT) و لذلك لا تستطيع تلك الالكترونات من الاستطارة بسبب التصادم لتتغير طاقتها قليلا ، حيث ان جميع الحالات الالكترونية ذات الطاقة المقاربة تكون مشغولة وان أي اشغال اضافي يكون ممنوعا بموجب مبدأ الاستبعاد لباولي،وبعبارة احرى ان استطارة الالكترون في حالة ذات طاقة واطئة يمكن ان تحدث فقط اذا كان الارتفاع الى حالة شاغرة ممكنا بالقرب من طاقة فيرمي(E_F) ،وعلى هذا الاساس يكون جزءا صغيرا فقط من الالكترونات ذات الطاقة القريبة من طاقة فيرمي (حوالي $(4K_BT)/E_F$ الكترون) مستعدا وله القابلية على الاسهام بالتصادم بحيث يكون المسار الحر (λ_F) لإلكترون يمتلك طاقة فيرمي فقط ،اي ان الالكترونات القريبة من طاقة فيرمي تتحرك بانطلاق فيرمي $\left(S(E_F) = \left(\frac{2E_F}{m}\right)^{\frac{1}{2}}\right)$ ،لذلك يعرف متوسط الزمن الحر(τ_F) بين التصادمات لالكترونات توصيل ذات طاقة فيرمي(E_F) بالصيغة الآتية:

$$\tau_F = \frac{\lambda(E_F)}{S(E_F)} \quad \text{.....(55)}$$

عندئذ يمكن التعبير عن التوصيلية الكهربائية بالصيغة:

$$\sigma = \frac{n e^2 \tau_F}{m} \quad \text{.....(56)}$$

فعلى الرغم من اشتراك جميع الكترونات التوصيل في ميكانيكية التوصيل الكهربائي نجد أن الالكترونات التي تمتلك طاقة مساوية أو مقاربة لطاقة فيرمي هي التي تسهم فقط في التوصيلية الكهربائية ،ويمكن توضيح ذلك بالاستعانة بالشكل (4) حيث تمثل الدائرة الكاملة توزيع فيرمي عند غياب المجال الكهربائي الخارجي ،وعند تسليط مجال كهربائي (E_x) باتجاه المحور السني الموجب يتزحزح توزيع فيرمي أي تتزحزح سرع جميع الكترونات دائرة فيرمي بمقدار متوسط سرعة الانسياق ($\Delta\vec{v}$)كما توضحه الدائرة المنقطة. ان تسليط مجال كهربائي قد احدث تغيرا في توزيع فيرمي (أي اختفاء حالات وظهور حالات جديدة)ولكن ذلك يحدث فقط بجوار مستوى فيرمي ولذلك تكون الالكترونات ذات الطاقة المقاربة لطاقة فيرمي فقط ذات تأثير على قيمة التوصيلية الكهربائية.



شكل (4)

ان الاختلاف بين نموذج سمرفيلد ونموذج درود للتوصيلية الكهربائية ليس بالصيغة الرياضية وإنما هو في كيفية تعريف زمن الاسترخاء،بموجب نموذج سمرفيلد ان متوسط الزمن الحر يكون مهما فقط للأقلية الصغيرة من العدد الكلي لالكترونات الغاز الالكتروني ويجب التمييز بين العدد الكبير(نموذج درود) للالكترونات الحرة في معدن والعدد القليل جدا(نموذج سمرفيلد) من الالكترونات المسؤولة عن التوصيل،في حين ان درود في نموذجه يفترض ان التيار الكهربائي يحمل بالتساوي بوساطة جميع الكترونات التوصيل التي تتحرك بسرعة صغيرة جدا هي سرعة الانسياق بينما يفترض سمرفيلد في نموذجه ان التيار يحمل بواسطة عدد قليل جدا من الالكترونات وجميعها تتحرك بسرعة عالية تعرف بسرعة أو انطلاق فيرمي. كما وان نموذج سمرفيلد يفترض ان المسار الحر ذو قيمة كبيرة مقارنة بما يفترضه درود وسبب ذلك ان الانطلاق لقلة من الكترونات التوصيل يكون اكبر بكثير من متوسط الانطلاق لتوزيع ماكسويل – بولتزمان.

وبالنسبة للموصلية الحرارية وفق نموذج سمرفيلد تعطى بالصيغة:

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$$k_{el} = \frac{n\pi^2 K_B^2 T \tau_F}{3m} \quad \text{.....(57)}$$

وهي اكبر من الموصلية الحرارية (k_{el}) وفق نموذج سمرفيلد بحوالي 10% .اما عدد لورنس(L) فيعطى بالعلاقة الآتية:

$$L = \frac{k_{el}}{\sigma}\Big/T = \frac{1}{T}\frac{\frac{n\pi^2 K_B^2 T \tau_F}{3m}}{\frac{n e^2 \tau_F}{m}} = \frac{1}{3}\left(\frac{\pi K_B}{e}\right)^2 \quad \text{.....(58)}$$

وهو كذلك أكبر من قيمة (L) بموجب نموذج درود بحوالي 10% .

إخفاقات النظرية الكمية للالكترون الحر

يعد نموذج الإلكترون الحر المكمى نموذجا خاما (غير كامل الإتقان) وتقريبا له حدوده التي يكون عندها عاجزا عن الإجابة عن بعض الأسئلة المتعلقة بالمواد الصلبة بصورة عامة وتفسير بعض الخواص المعدنية بصورة خاصة.ومن أهم الصعوبات التي واجهت نموذج الإلكترون المكمى:

أولا : عجز نموذج الإلكترون الحر المكمى عن التمييز بين الموصلات وأشباه الموصلات والعوازل.

ثانيا : افترض نموذج الإلكترون الحر المكمى أن التوصيلية الكهربائية لأي معدن تتناسب فقط هي وتركيز الالكترونات (n) حيث أن $\left(n = \frac{N}{V}\right)$ وتتساوى بقية المقادير مثل t_m و m لكافة المعادن.

ثالثا : لا يستطيع نموذج الإلكترون الحر المكمى تفسير سبب ظهور القيم الموجبة لمعامل هول لأنه يتنبأ بقيم سالبة لمعامل هول لجميع المعادن.

رابعا : تشير كثير من خواص النقل إلى أن سطح فيرمي يكون غير كروي الشكل في أغلب الأحيان وهذا يتعارض مع تنبأ نموذج الإلكترون الحر المكمى الذي يعد سطح فيرمي سطحا كرويا.

خامسا : أهمل نموذج الإلكترون الحر المكمى الجهد الدوري للبلورة أي إهمال التفاعل بين الكترونات التوصيل والشبيكة الدورية للبلورة لذلك يدعى هذا الجهد بالجهد الدوري.

Dr. Ghassan Alhiti

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com