كلية العلوم التطبيقية

قسم الفيزياء الحياتية

المرحلة الثالثة

الإلكترونيات

أ.م.د. غسان عدنان الهيتي

- المحاضرة الحادية عشر -

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

قواعد الجبر البوليني Rules of Boolean Algebra

جدول (11) يبين القواعد الأساسية للجبر البوليني والتي تستخدم في تناول وتبسيط التعبيرات البولينية.

جدول (11) :القواعد الأساسية للجبر البوليني.

$1 \bullet A + 0 = A$	$2 \bullet A + 1 = 1$
$3 \bullet A \bullet 0 = O$	$4 \bullet A \bullet 1 = A$
$5 \bullet A + A = A$	$6 \bullet A + \overline{A} = 1$
$7 \bullet A \bullet A = A$	$8 \bullet A \bullet \overline{A} = 0$
$9 \bullet \overline{\overline{A}} = A$	$10 \bullet A + A\ B = A$

والآن سوف نرى كيفية تحقيق هذه القواعد وذلك من خلال تطبيقها على البوابات المنطقية التي سبق دراستها.

القاعدة (1): A+0=A هذه القاعدة يمكن فهمها بملاحظة ماذا يحدث عندما يكون أحد الدخلين لبوابة OR دائما يساوي (0) والدخل الآخر A يمكن أن يأخذ القيمة(1) أو (0). فإذا A=1 فإن الخرج يساوي(1) والذي يساوي A. وإذا كان A=0 فإن الخرج يساوي (0) وهو أيضا يساوي A. وبناءا على ذلك فإن أي متغير يدخل على بوابة OR مع (0) فإن الخرج يساوي قيمة هذا المتغير (A+0=A).

القاعدة (2): A+1=1 هذه القاعدة تقول إذا كان أحد الدخلين لبوابة OR دائما يساوي (1) والدخل الآخر A، يأخذ القيمة (1) أو القيمة (0). وجود(1)على أحد الدخلين لبوابة OR يعطي دائما خرج (1) بصرف النظر عن قيمة المتغير الذي على الدخل الآخر. وبناء على ذلك فإن أي متغير يدخل على بوابة OR مع (1) فإن الخرج دائما يساوي(1) (A+1=1).

القاعدة (3): A •0=0 هذه القاعدة تقول إذا كان أحد الدخلين لبوابةAND دائما يساوي (0) والدخل الآخر A، فإن الخرج دائما يساوي (0) بصرف النظر عن قيمة المتغير الذي على الدخل الآخر. وبناءا على ذلك فإن أي متغير يدخل على بوابة AND مع (0) فإن الخرج دائما يساوي (0) (A •0=0).

القاعدة (4): A•1=A هذه القاعدة تقول إذا كان دخلي البوابة AND دائما يساوي(1) والدخل الآخرA، فإن الخرج يساوي قيمة المتغير(A)، فإذا كان المتغير A=0 فإن خرج البوابة AND يساوي(0)، وإذا كان المتغير A=1 فإن خرج البوابة AND يساوي(1) لأن الدخلين الآن قيمتهما تساوي(1). وبناء على ذلك فإن أي متغير يدخل على بوابة AND مع(1) فإن الخرج يساوي قيمة هذا المتغير (A•1=A).

القاعدة (5): A+A=A مفهوم هذه القاعدة انه إذا كان دخلا البوابة OR عليهما نفس المتغير A، فان الخرج يكون قيمه هذا المتغير. فإذا كان المتغير A=0 فذلك يعني 0+0=0 ،وإذا كان المتغير A=1 فهذا يعني 1+1=1 .

القاعدة (6): $A+\overline{A}=1$ يمكن شرح هذه القاعدة كالتي: إذا دخل متغير A على احد دخلي البوابة OR والمتغيرA على المدخل الأخر لنفس البوابة فان الخرج دائما يساوي(1). إذا كانت A=0 يكون 0+0=0+1=1. و إذا كانت A=1 يكون $1+\overline{1}=1+0=1$.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

القاعدة (7): A•A=A إذا دخل المتغير A على دخلي البوابة AND فإن الخرج يكون قيمه هذا المتغير. فإذا كان المتغير A=0 فذلك يعني 0•0=0، وإذا كان المتغير A=1 فهذا يعني 1•1=1، وفي كلتا الحالتين يكون خرج البوابة AND يساوي قيمة المتغير A.

القاعدة (8): A•A=0 إذا دخل متغير A على احد دخلي بوابة AND والمتغير A على المدخل الآخر لنفس البوابة فان الخرج دائما يساوي(0)، وهذا من السهل فهمه لان احد الخرجين A.A سوف يساوي (0)دائماً ، وعندما يوجد (0) على احد دخلي بوابة AND فمن المؤكد أن الخرج يساوي (0) أيضا.

القاعدة (9): A=A إذا تم عكس متغير مرتين تكون النتيجة هي قيمة هذا المتغير. إذا كان المتغير A=0 وتم عكسه نحصل على(1)، فإذا تم عكس(1) مرة أخرى نحصل على(0) وهو يساوي قيمة المتغير الأصلي.

القاعدة (10): يمكن تحقيق هذه القاعدة باستخدام القاعدة(2) والقاعدة (4) كالآتي:

A+AB=A (1+B)
= A (1)
=A

نظريتا دي موركان

لقد ساهم دي موركان في علم المنطق بنظريتيه المهمتين:

النظرية الأولى:تنص على أن متمم المجموع يساوي حاصل ضرب متممات المتغيرات أي إن:

$$\overline{A+B}=\overline{A}\bullet\overline{B} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

النظرية الثانية:تنص على أن متمم حاصل الضرب يساوي مجموع متممات المتغيرات أي إن:

$$\overline{A\bullet B}=\overline{A}+\overline{B} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (13)$$

التعبير البوليني لدائرة منطقية The Boolean Expression for a logic circuit

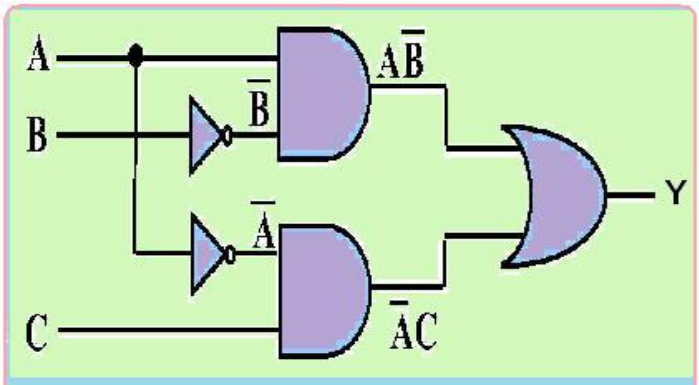
لاستنتاج التعبير البوليني لأي دائرة منطقية ، نبدأ من المدخلات في أقصى اليسار متجهين إلى الخرج النهائي وذلك بكتابة الخرج لكل بوابة . وكمثال على ذلك ، نفرض الدائرة المنطقية الموضحة في شكل (18) . ويمكن استنتاج التعبير البوليني لهذه الدائرة كما يلي :

التعبير البوليني لبوابة AND والتي لها دخلان $A,\overline{B}$ هو $A\overline{B}$.

التعبير البوليني لبوابة AND والتي لها الدخلان $\overline{A},C$ هو $\overline{A}C$.

ويكون التعبير البوليني لبوابة OR والتي لها الدخلان $\overline{A}C$ و $A\overline{B}$ هو $A\overline{B}+\overline{A}C$.

وعلى ذلك يكون الخرج النهائي للدائرة هو:

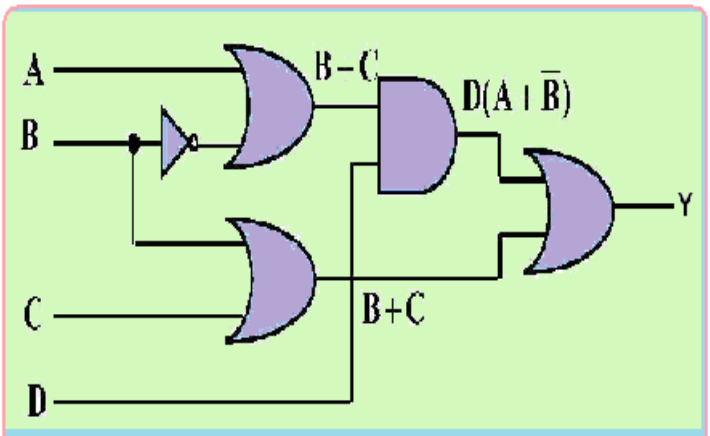


شكل (18): دائرة منطقية تبين كيفية استنتاج التعبير البوليني للخرج .

$$Y=A\overline{B}+\overline{A}C \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (14)$$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

مثال (2) : اكتب التعبير البوليني للدائرة المنطقية الموضحة في شكل (19).
الحل:



شكل (19): الدائرة المنطقية لمثال (2) وتبين كيفية الحصول على التعبير البوليني للخرج

ويكون التعبير البوليني لخرج الداثرة النهائي هو:

$$Y = D\,(A+\overline{B})+(B+C) \quad \text{.....} \quad (15)$$

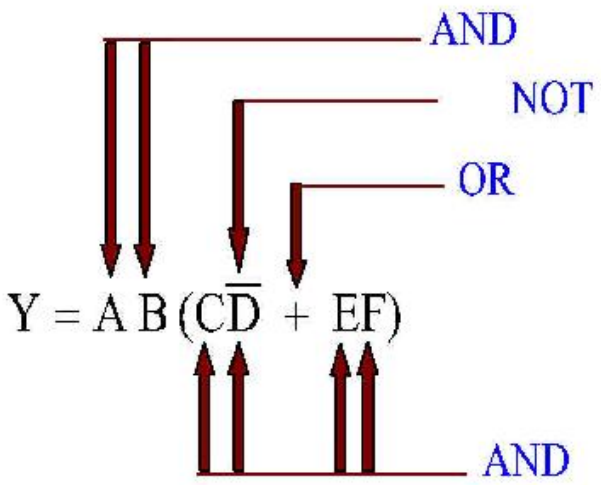
تمثيل دائرة منطقية باستخدام التعبير البوليني

Implementation of a Logic Using a Boolean Expression

عن طريق بعض الامثله التوضيحية سوف نناقش الآن كيف يمكن تمثيل دائرة منطقية ما بمعلومية التعبير البوليني لها . لنفرض الآن إننا نريد تمثيل التعبير البوليني الآتي :

$$Y = A\,B\,(C\,\overline{D}+E\,F) \quad \text{.....} \quad (16)$$

عند تقسيم هذا التعبير البوليني نجد أن المتغيرات A,B ثم (CD+EF) تمثل ثلاث مدخلات لبوابة AND، والمتغير(CD+EF) يمكن تشكيله بأخذ C,D على دخلي بوابة AND، وأخذ E,F على دخلي بوابة AND أخرى، ثم نأخذ كل من خرج البوابتين AND على دخلي بوابة OR. ويمكن توضيح عملية التقسيم السابقة كالآتي:



PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

قبل أن نبدأ في تمثيل هذا التعبير البوليني يجب أولا الحصول على الحد (CD+EF):
ولكن قبل الحصول على هذا الحد علينا الحصول على الحدين CD,EF : ولكن قبل ذلك يجب الحصول على المتغير D ، وبذلك كما نرى هناك سلسلة من العمليات المنطقية يجب أن تتم على الترتيب. وعلى ذلك فإن البوابات المنطقية المطلوبة لتمثيل التعبير البوليني AB (CD+EF) هي:

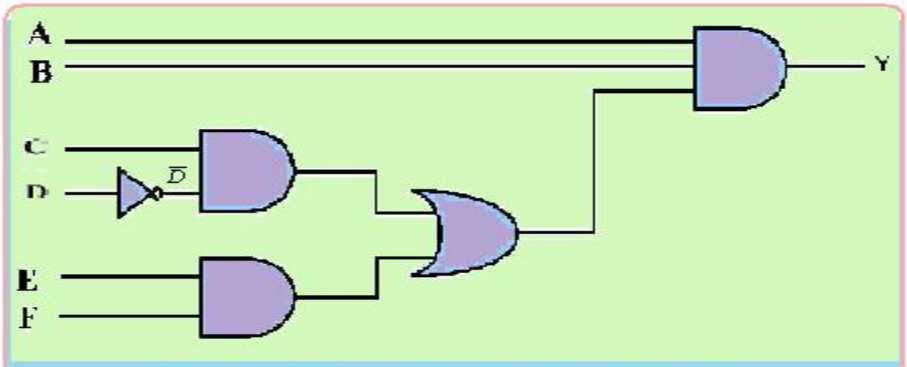
١ . بوابة NOT لتمثيل المتغير $\overline{D}$.

٢ .بوابة AND لكل منهما مدخلين لتمثيل الحدين $C\ \overline{D}+E\ F$.

٣ . بوابة OR ذات مدخلين لتمثيل الحد ($C\ \overline{D}+E\ F$).

٤ . بوابة AND لها ثلاثة مدخلات لتمثيل الخرج النهائي Y.

والدا ئرة المنطقية التي تمثل التعبير البوليني السابق موضحة في شكل (20).



شكل (20):الدائرة المنطقية للتعبير البوليني $A\,B(\,C\ \overline{D}+E\ F)$.

تمثيل دائرة منطقية من خلال جدول الحقيقة

Implementation of a logic circuit via a Truth Table

سوف نتعرف في هذا الجزء على كيفية تمثيل دائرة منطقية من خلال جدول الحقيقة الخاص بها بدلا من التعبير البوليني ، حيث يمكن لنا كتابة التعبير البوليني من جدول الحقيقة ومن ثم تمثيل الدائرة المنطقية.

جدول (12):جدول الحقيقة لدائرة منطقية ما يراد تمثيلها.

المدخلات			الخرج
A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

يبين جدول (12) جدول الحقيقة لدائرة منطقية ما، والمراد تمثيل هذه الدائرة والتي تحقق هذا الجدول. يمكن الحصول على التعبير البوليني من جدول الحقيقة كما يلي:

١. نحدد من جدول الحقيقة تشكيلة المدخلات التي تعطي الخرج Y=1 ، ففي الصف الثالث من الجدول نجد أن الخرج Y=1 حيث قيمه المدخلات هي A=0,B=1,C=0 ،وتكتب بالتعبير البوليني على الشكل ABC حيث يكتب المتغير برمزه إذا كان يساوي(1)، ويكتب بعكس رمزه إذا كان يساوي(0)، وبالمثل فان الخرج يساوي(1) في الصف السابع من الجدول والذي يكتب بالتعبير البوليني على الشكل $A\,B\,\overline{C}$.

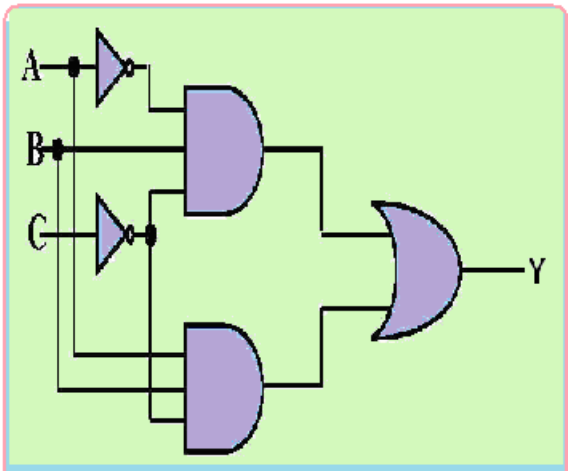
٢. بتجميع التعبيرات البولينيه التي تعطي الخرج Y=1 عن طريق بوابة OR نحصل على:

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$$Y = \overline{A}\ B\,\overline{C} + A\,B\,\overline{C} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (17)$$

الحد الأول في التعبير البوليني السابق ABC يمكن تمثيله عن طريق تجميع المتغيرات الثلاثة A,B,C على بوابة AND ، والحد الثاني من التعبير البوليني ABC يمكن تمثيله عن طريق تجميع المتغيرات الثلاثة A,B,C على بوابة ABD ، وبتجميع الحدين الأول والثاني على بوابة OR يمكننا الحصول على التعبير البوليني للخرج Y.

والبوابات المنطقية المطلوبة لتمثيل التعبير البوليني السابق هي: بوابتان NOT لتمثيل كل من المتغيرين A,B: بوابتان AND ذات ثلاثة مدخلات لتمثيل الحدين ABC,ABC وبوابة OR بدخلين لنحصل منها على دالة الخرج النهائي ABC+ABC والدائرة المنطقية التي تمثل هذا التعبير البوليني موضحة في شكل (21).



شكل (21): الدائرة المنطقية للتعبير البوليني $\overline{A}\ B\overline{C} + A\,B\,\overline{C}$.

مثال (3): استنتج الدائرة المنطقية المطلوبة لتمثيل جدول الحقيقة الموضح في جدول (13).

جدول(13):جدول الحقيقة لدائرة منطقية ما يراد تمثيلها.

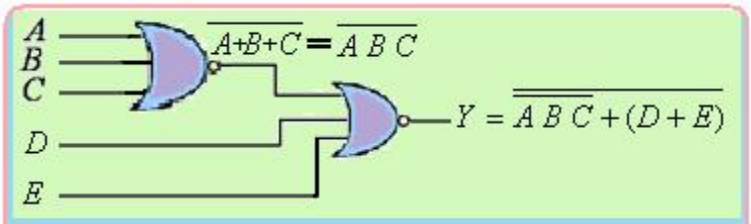
المدخلات			الخرج
A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

مثال (5) : حقق التعبير البوليني المنطقي الآتي باستخدام بوابات NOR فقط :

$$Y = \overline{\overline{A\,B\,C} + (D+E)}$$

الحل: انظر إلى الشكل (31).



الشكل (31): الدائرة المنطقية ممثلة باستخدام بوابات NOR فقط .

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com