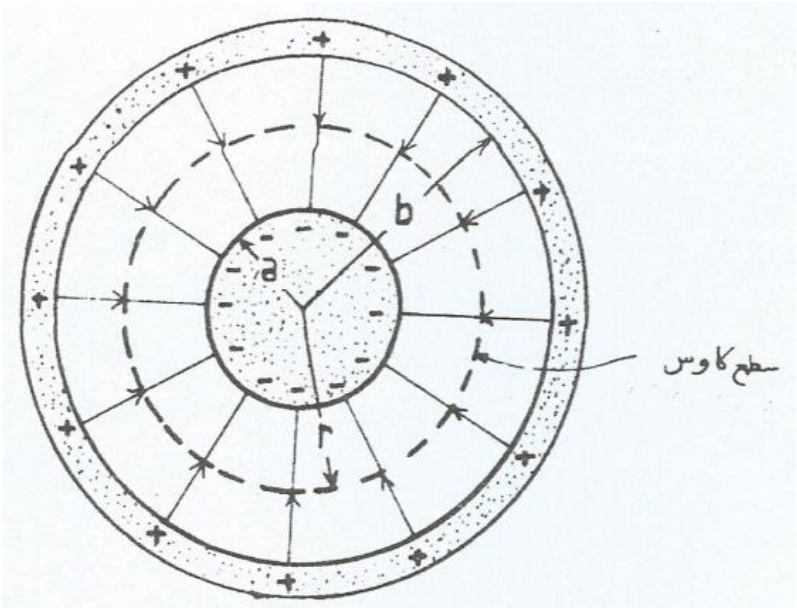
- **حساب السعة الكهربائية للمتسعة الاسطوانية**

تتكون المتسعة الاسطوانية من اسطوانتين متحدتي المحور طولهما (l) نصف قطر الاسطوانة الداخلية (a) ونصف قطر السطح الداخلي للاسطوانة الخارجية (b) ويفترض ان يكون طول المتسعة كبيراً لكي يمكن اهمال التشوية الحاصل في المجال الشعاعي عند نهايتي المتسعة عند حساب السعة. الشكل (10) يبين مقطعاً لهذه المتسعة الاسطوانية .



شكل (10)

لحساب السعة نفترض ان شحنة قدرها q– وضعت على الاسطوانة الداخلية وشحنة اخرى q+ وضعت على الاسطوانة الخارجية ، عندئذ ينشأ بينهما مجال كهربائي شعاعي . ويمكن ايجاد شدة المجال باستخدام قانون كاوس المتمثل بالمعادلة

$$\oint E^{\rightarrow} ds^{\rightarrow} = \frac{q}{\varepsilon_0} \qquad \text{.....} \qquad (20)$$

نختار سطحاً كاوسياً بشكل اسطوانة متحدة المحور نصف قطرها (r) وطولها (l) . وهنا نلاحظ عند تطبيق قانون كاوس ان المجال يكون موازياً للنهاتين المستويتين للاسطوانة وعمودياً على الجزء الاسطواني من سطح كاوس . لذا ينتج

$$E(2\pi l) = \frac{q}{\varepsilon_0} \qquad \text{or} \qquad E = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 r l}$$

اما المجال فيكون شعاعياً ومتجهاً من الاسطوانة الخارجية الموجبة نحو الاسطوانة الداخلية السالبة.
ولايجاد فرق الجهد بين اللوحين الاسطوانين للمتسعة نستخدم المعادلة

$$V = V_a - V_b = -\int_a^b E^{\rightarrow} d^{\rightarrow} = -\int_a^b E \cos 180^{\circ} dl = \int_a^b E\, dl$$

اذ ان المسار يمتد من الاسطوانة الداخلية الى الاسطوانة الخارجية وبالاتجاه الشعاعي اي عكس اتجاه المجال . لذا تصبح الزاوية بينهما 180 وباستبدال عنصر المسار dl بالعنصر الشعاعي للمسار dr وبالتعويض عن قيمة E نحصل على فرق الجهد .

$$V = \int_a^b E\, dr = \int_a^b \frac{q}{2\pi\epsilon_0 l}\frac{dr}{r} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 l} ln\frac{b}{a}$$

ومما يلاحظ ان $dr = dl$ في هذه الحالة وذلك لان كلاهما يمتد بالاتجاه نفسه . واخيراً يمكن حساب السعة من قسمة الشحنة على فرق الجهد اي ان

$$C = \frac{q}{V} = \frac{2\pi l\varepsilon_0}{\ln(\frac{b}{a})} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (21)$$

مثال4

احسب سعة متسعة اسطوانية طولها متراً واحداً ، اذا علمت ان قطري الاسطوانتين الداخلية والخارجية هما 3.0 cm، 10 cm على الترتيب والهواء يعزل احدى الاسطوانتين عن الاخرى .

الحل:

بالتعويض عن قيمة $l = 1m$,a=1.5cm , b=5cm في المعادلة (21) نحصل على السعة .

$$C = \frac{2\pi l\varepsilon_0}{\ln(\frac{b}{a})}$$

$$= \frac{2\pi \times 1 \times 8.85 \times 10^{-12} C^2 N^{-1} m^{-2}}{ln\frac{5}{1.5}}$$

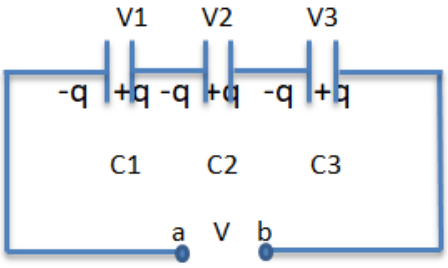
= 46 pF

1.1- توصيل المتسعات

كثيراً ما تتطلب الدوائر الكهربائية العملية توصيل عدد من المتسعات بشكل من الاشكال لتحقيق غرض معين . فأما ان توصل توصيلاً يقوم على التوالي او على التوازي واحياناً توصل بكلتا الطريقتين معاً .

a.1.9 – توصيل المتسعات على التوالي (Capacitors in series)

لنفرض ان ثلاث متسعات سعتها C_1 , C_2 , C_3 متصلة على التوالي كما مبين بالشكل (11) .



الشكل (11)

لحساب السعة المكافئة (C) لهذه المجموعة من المتسعات ، نفرض ان طرفي المجموعة قد ربط الى بطارية . فنتج فرق جهد بين النقطتين a و b قدره V عندئذ تكتسب كافة الواح المتسعات المتصلة بهذه الطريقة الموضحة في الشكل (11) نفس المقدار من الشحنات q ومن المعادلة (21) نستطيع ان نجد فرق الجهد بين طرفي كل من المتسعات الثلاثة .

$$V_1 = \frac{q}{C_1}, \quad V_2 = \frac{q}{C_2}, \quad V_3 = \frac{q}{C_3}$$

وحيث ان

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

اذن $$V = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3}$$

اي ان $\frac{V}{q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$

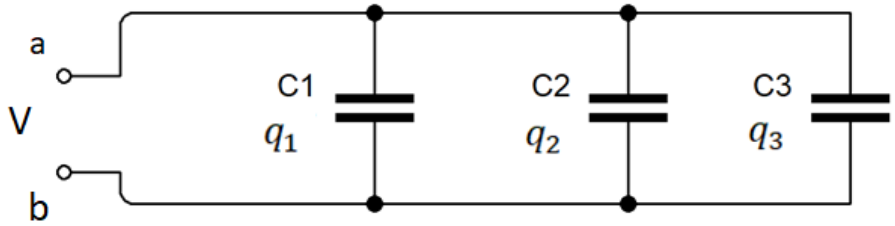
بيد ان السعة المكافئة (C) لمجموعة المتسعات هذه تعرف بانها سعة تلك المتسعة التي تحمل شحنة المجموعة نفسها (اي q) عندما يكون فرق الجهد نفسة (V) مسلطاً عليها ، اي $C = \frac{q}{V}$

لذا

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \quad \text{.....} \quad (22)$$

b.1.9 – توصيل المتسعات على التوازي (Capacitors in parallel)

لحساب السعة المكافئة للمجموعة المكونة من المتسعات C_3 , C_2 , C_1 المتصلة على التوازي كما مبين في الشكل (12) نفرض ان طرفي المجموعة قد ربطا الى بطارية فنتج فرق جهد بين النقطتين a وb قدرة V عندئذ يكون فرق الجهد عبر كل من المتسعات الثلاثة نفسه . وباستخدام العلاقة $q = CV$ نستطيع ان نجد شحنة كل من المتسعات الثلاث.



شكل (12)

$$q_1 = C_1 V , \quad q_2 = C_2 V , \quad q_3 = C_3 V$$

$$q = q_1 + q_2 + q_3 \Longrightarrow \quad q = C_1 V + C_2 V + C_3 V$$

$$\frac{q}{V} = C_1 + C_2 + C_3$$

لكن السعة المكافئة لمجموع المتسعات تساوي $C = \frac{q}{V}$

لذا

$$C = C_1 + C_2 + C_3 \quad \text{.....} \quad (23)$$

مثال5

متسعتان متصلتان على التوالي سعتهما $2.00\mu F$, $4.00\mu F$ سلط عليهما فرق جهد قدره 150V

(أ) احسب شحنة وفرق جهد كل من المتسعتين .

(ب) اذا عزلت المتسعتان عن بعضهما وعن مصدرالفولتية المسلطة ووصل لوحاهما الموجبان معاً وكذلك لوحاهما السالبان . فما مقدار الشحنة وفرق جهد كل من المتسعتين ؟

الحل:

(أ) ان السعة المكافئة لمجموعة المتسعتين على التوالي تساوي

$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}=\frac{C_1+C_2}{C_1C_2} \Longrightarrow C=\frac{2\times4}{2+4}=\frac{8}{6}=1.33\mu F$$

ومنها نجد الشحنة الكلية للمتسعتين

$$q=CV=1.33\times150=200\mu F$$

وهذا يعني ان

$$q_1=q_2=200\mu F$$

والان يصبح بالامكان حساب الفولتية عبر كل من المتسعتين

$$V_1=\frac{q_1}{C_1}=\frac{200}{2}=100V$$

$$V_1=\frac{q_2}{C_2}=\frac{200}{4}=50V$$

(ب) ان السعة المكافئة لمجموعة المتسعتين ستصبح

$$C`=C_1+C_2=2+4=6\mu F$$

وذلك لان التوصيل اصبح قائماً على التوازي في هذه الحالة . كما ان الشحنة الكلية التي تحملها المتسعتان ستساوي .

$$q`=q_1+q_2=200+200=400\mu C$$

وعلية تصبح الفولتية عبر كل من المتسعتين

$$V` = \frac{q`}{C`} = \frac{400}{6} = 66.7V$$

اي ان $V_1` = V_2` = 66.7V$

اما الشحنة التي ستستقر على كل من المتسعتين فتساوي

$$q_1` = C_1 V_1` = 2 \times 66.7 = 133\mu C$$

$$q_2` = C_2 V_2` = 4 \times 66.7 = 267\mu C$$